



UNIVERSIDAD  
**NACIONAL**  
DE COLOMBIA

# **Desarrollo de un modelo paramétrico para determinar el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas en emplazamientos próximos usando el método de Cauchy**

**John Alejandro Rangel Retavisca**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ingeniería, Departamento de ingeniería eléctrica y electrónica  
Bogotá, Colombia  
2019



# **Desarrollo de un modelo paramétrico para determinar el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas en emplazamientos próximos usando el método de Cauchy**

**John Alejandro Rangel Retavisca**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ingeniería Electrónica**

Director (a):

Ph.D. Francisco José Román Campos

Codirector (a):

M.I. Ph.D.(c) Andres Gallego Garces

Línea de Investigación:

Compatibilidad Electromagnética

Grupo de Investigación:

EMC-UN

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento de ingeniería eléctrica y electrónica

Bogotá, Colombia

2019













## Resumen

En un esfuerzo por caracterizar el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas cercanas en función de diferentes parámetros del sistema (distancia, ángulo de acimut y polarización) como un modelo paramétrico es abordado en esta tesis. Las antenas se consideraron como un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI) y su acoplamiento se representó mediante el parámetro  $S$  de transmisión, que se obtuvo para varios escenarios por medio de simulación. El Método Cauchy se aplica para extraer los polos del Método de Expansión de Singularidad (SEM) en el dominio de la frecuencia. Se obtiene un modelo racional para cada configuración de parámetros. Las resonancias extraídas de los datos del parámetro  $S$  se validaron comparando la respuesta del sistema y su reconstrucción.

**Palabras clave:** Método Cauchy, antena parabólica, sistema lineal invariante en el tiempo (LTI), Método de Expansión de Singularidad (SEM), modelo paramétrico.

## Abstract

In an effort to characterize the behavior of the channel between two nearby parabolic antennas as a function of different system parameters (distance, azimuth angle and polarization) as a parametric model is presented. The antennas were considered as a Linear Time Invariant (LTI) System and its coupling was represented by the transmission S-parameter, which was obtained for several scenarios by simulation mean. The Cauchy Method is applied to extract the Singularity Expansion Method (SEM) poles in frequency domain. A rational model is obtained for each parameter configuration. The resonances extracted of the S-parameter data was validated comparing the system response and its reconstruction.

**Keywords:** Cauchy Method, parabolic antenna, Linear Time Invariant (LTI) System, Singularity Expansion Method (SEM), parametric model.

# Contenido

	Pág.
<b>Resumen .....</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de figuras.....</b>	<b>XIII</b>
<b>Lista de tablas .....</b>	<b>XVI</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>1</b>
<b>1. Caracterización y definición de escenarios .....</b>	<b>3</b>
1.1 Diseño de antena con reflector parabólico .....	3
1.1.1 Alimentador: antena <i>backfire-splash plate</i> .....	3
1.1.2 Antena parabólica .....	9
1.2 Escenarios de simulación .....	13
1.2.1 Análisis de sensibilidad .....	15
1.2.2 Simulación de escenarios .....	17
1.3 Escenario de simulación como un sistema LTI .....	19
<b>2. Introducción a SVD, TLS y SEM .....</b>	<b>22</b>
2.1 Descomposición en Valores Singulares (SVD) .....	22
2.2 Mínimos cuadrados totales (TLS) .....	24
2.3 Método de expansión en singularidades (SEM) .....	27
<b>3. Método TLS-Cauchy.....</b>	<b>31</b>
3.1 Introducción .....	31
3.2 Teoría .....	31
3.3 Extracción de coeficientes usando el método Cauchy .....	36
<b>4. Identificación del modelo .....</b>	<b>41</b>
4.1 Modelo paramétrico .....	42
4.1.1 Modelo a partir de datos simulados.....	42
4.1.2 Modelo racional.....	43
4.1.3 Parametrización del modelo .....	43
<b>5. Resultados numéricos .....</b>	<b>45</b>
5.1 Extracción de coeficientes usando el método Wd-Cauchy .....	45
5.2 Implementación modelo paramétrico .....	48
5.3 Validación del modelo paramétrico .....	50
5.3.1 Emplazamiento: Torre de comunicaciones.....	51
5.3.2 Emplazamiento: Torres de comunicaciones diferentes.....	54
5.4 Validación experimental.....	57

5.4.1	Descripción del experimento.....	57
5.4.2	Resultados.....	60
<b>6.</b>	<b>Conclusiones y trabajos futuros.....</b>	<b>63</b>
6.1	Conclusiones.....	63
6.2	Trabajos futuros .....	63
<b>A.</b>	<b>Anexo: Simulaciones.....</b>	<b>65</b>
	<b>Bibliografía .....</b>	<b>73</b>

# Lista de figuras

	Pág.
FIGURA 1.1. ANTENA SPLASH PLATE. ....	4
FIGURA 1.2. MODELO GTD [4], [5]. ....	5
FIGURA 1.3. PARÁMETROS SPLASH PLATE. ....	5
FIGURA 1.4. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA <i>INTEGRAL EQUATION SOLVER</i> . ....	6
FIGURA 1.5. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA <i>TIME DOMAIN SOLVER</i> . ....	7
FIGURA 1.6. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA <i>FREQUENCY DOMAIN SOLVER</i> . ....	8
FIGURA 1.7. COMPARACIÓN ENTRE MÉTODOS ( <i>IS-TS-FS</i> ) PARA EL ALIMENTADOR SPLASH PLATE. ....	8
FIGURA 1.8. COMPARACIÓN ENTRE SOLVERS DEL PATRÓN DE RADIACIÓN PARA EL ALIMENTADOR SPLASH PLATE. ....	9
FIGURA 1.9. COLIMACIÓN DE RAYOS DE LA ANTENA REFLECTORA ALIMENTADA POR EL SPLASH PLATE. ....	10
FIGURA 1.10. INCIDENCIA DE UNA ONDA SOBRE LA SUPERFICIE DEL REFLECTOR. ....	11
FIGURA 1.11. ANTENA PARABÓLICA, DIÁMETRO 0.9 M. ....	12
FIGURA 1.12. COMPARACIÓN ENTRE MÉTODOS ( <i>IS-TS-FS</i> ) PARA LA ANTENA PARABÓLICA. ....	12
FIGURA 1.13. COMPARACIÓN ENTRE SOLVERS DEL PATRÓN DE RADIACIÓN PARA LA ANTENA PARABÓLICA. ....	13
FIGURA 1.14. ESCENARIO CANÓNICO DE SIMULACIÓN. ....	14
FIGURA 1.15. ESCENARIO DE SIMULACIÓN – PLANO DE SIMETRÍA <i>EXZ</i> . ....	18
FIGURA 1.16. COMPORTAMIENTO DEL PARÁMETRO <i>S</i> <sub>21</sub> AL ESTABLECER PLANOS DE SIMETRÍA Y POLARIZACIÓN. ....	18
FIGURA 1.17. SISTEMA DE COMUNICACIÓN DE DOS ANTENAS. ....	19
FIGURA 1.18. ESQUEMÁTICO - RED DE DOS PUERTOS. ....	20
FIGURA 3.1. ESCENARIOS DE SIMULACIÓN. ....	36
FIGURA 3.2. CURVAS DE LOS PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN <i>S</i> <sub>21</sub> EN FUNCIÓN DE LA FRECUENCIA ENTRE DOS ANTENAS PARABÓLICAS SEPARADAS 15 M ( <i>AZUL</i> ), 45 M ( <i>NARANJA</i> ) Y 100 M ( <i>AMARILLO</i> ). ....	37
FIGURA 3.3. COMPARACIÓN DE LOS PARÁMETROS <i>S</i> <sub>21</sub> OBTENIDOS A PARTIR DE SIMULACIONES Y LOS ESTIMADOS UTILIZANDO EL MÉTODO CAUCHY. ....	39
FIGURA 3.4. POLOS EXTRAÍDOS DE LOS PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN <i>S</i> <sub>21</sub> ( <i>SIMULADOS</i> ) Y USADOS EN LA RECONSTRUCCIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA MEDIANTE EL MÉTODO CAUCHY. ....	39
FIGURA 4.1. ETAPAS DE LA METODOLOGÍA DE IDENTIFICACIÓN Y VALIDACIÓN DEL MODELO DEL SISTEMA. ....	41
FIGURA 4.2. MODELO DEL SISTEMA BAJO CONSIDERACIÓN, COMO UN SISTEMA CON MÚLTIPLES ENTRADAS UNA SALIDA ( <i>MISO</i> ) EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA. ....	41
FIGURA 4.3. DIAGRAMA DE FLUJO DEL MODELO BASADO EN RESPUESTAS CALCULAS POR SIMULACIONES DE ONDA COMPLETA [28]. .....	42

FIGURA 5.1. PARTICIÓN EN TRES VENTANAS DE LOS PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN $S_{21}$ EN FUNCIÓN DE LA FRECUENCIA ENTRE DOS ANTENAS PARABÓLICAS SEPARADAS 15 M (AZUL), 45 M (NARANJA) Y 100 M (AMARILLO).....	45
FIGURA 5.2. COMPARACIÓN DE LOS PARÁMETROS $S_{21}$ OBTENIDOS A PARTIR DE SIMULACIONES Y LOS ESTIMADOS UTILIZANDO EL MÉTODO CAUCHY Y LA DIVISIÓN EN TRES VENTANAS. ....	46
FIGURA 5.3. COMPARACIÓN DE LA RECONSTRUCCIÓN DE LA RESPUESTA AL IMPULSO DEL SISTEMA APLICADO EL MÉTODO CAUCHY POR SEGMENTOS Y EL MÉTODO CAUCHY DIRECTO. ....	47
FIGURA 5.4. COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DE LOS PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO CAUCHY POR SEGMENTOS Y EL MÉTODO CAUCHY DIRECTO.....	47
FIGURA 5.5. SUPERFICIES OBTENIDAS PARA EL COEFICIENTE $a_1$ AL APLICAR <i>BIHARMONIC SPLINE INTERPOLATION</i> SOBRE EL CONJUNTO DE DATOS. ....	49
FIGURA 5.6. SUPERFICIES OBTENIDAS PARA EL COEFICIENTE $b_1$ AL APLICAR <i>BIHARMONIC SPLINE INTERPOLATION</i> SOBRE EL CONJUNTO DE DATOS. ....	50
FIGURA 5.7. ESCENARIO: ANTENAS SOBRE LA MISMA TORRE DE COMUNICACIONES.....	51
FIGURA 5.8. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 1 M, ACIMUT: $11^\circ$ .....	51
FIGURA 5.9. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 1 M, ACIMUT: $67^\circ$ .....	51
FIGURA 5.10. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 1 M, ACIMUT: $101^\circ$ .....	52
FIGURA 5.11. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 1 M, ACIMUT: $348^\circ$ .....	52
FIGURA 5.12. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 3 M, ACIMUT: $79^\circ$ .....	52
FIGURA 5.13. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 3 M, ACIMUT: $56^\circ$ .....	53
FIGURA 5.14. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 3 M, ACIMUT: $112^\circ$ .....	53
FIGURA 5.15. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 4 M, ACIMUT: $33^\circ$ .....	53
FIGURA 5.16. ESCENARIO: ANTENAS SOBRE TORRES DE COMUNICACIONES DIFERENTES. ....	54
FIGURA 5.17. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 10 M, ACIMUT: $22^\circ$ .....	54
FIGURA 5.18. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 30 M, ACIMUT: $123^\circ$ .....	55

FIGURA 5.19. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 55 M, ACIMUT: $258^{\circ}$ .....	55
FIGURA 5.20. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 60 M, ACIMUT: $281^{\circ}$ .....	55
FIGURA 5.21. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 70 M, ACIMUT: $326^{\circ}$ .....	56
FIGURA 5.22. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 100 M, ACIMUT: $303^{\circ}$ .....	56
FIGURA 5.23. COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA AL SISTEMA OBTENIDA POR EL MODELO PARAMÉTRICO Y LA SIMULACIÓN DE VALIDACIÓN (IZQUIERDA). COMPORTAMIENTO DE LOS POLOS EXTRAÍDOS DEL PARÁMETRO $S_{21}$ APLICANDO EL MÉTODO WD-CAUCHY (DERECHA). DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 15 M, ACIMUT: $240^{\circ}$ .....	57
FIGURA 5.24. FOTOGRAFÍAS DE LA VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.....	59
FIGURA 5.25. COEFICIENTE DE REFLEXIÓN $S_{11}$ DE LAS ANTENAS RFS-SC3-W60AC .....	60
FIGURA 5.26. ESCENARIO EXPERIMENTAL. DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 10 M, ACIMUT: $180^{\circ}$ .....	61
FIGURA 5.27. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL. DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 10 M, ACIMUT: $180^{\circ}$ .....	61
FIGURA 5.28. ESCENARIO EXPERIMENTAL. DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 35 M, ACIMUT: $270^{\circ}$ .....	61
FIGURA 5.29. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL. DISTANCIA ENTRE LAS ANTENAS: 35 M, ACIMUT: $270^{\circ}$ .....	62

## Lista de tablas

	Pág.
TABLA 1.1. VARIACIÓN DEL MALLADO <i>INTEGRAL EQUATION SOLVER</i> . ....	6
TABLA 1.2. VARIACIÓN DEL MALLADO <i>TIME DOMAIN SOLVER</i> . ....	7
TABLA 1.3. VARIACIÓN DEL MALLADO <i>FREQUENCY DOMAIN SOLVER</i> . ....	8
TABLA 1.4. COMPARACIÓN ENTRE RESULTADOS DE SIMULACIÓN E INFORMACIÓN SUMINISTRADA EN LA HOJA DE DATOS SC2- W60AC.....	12
TABLA 1.5. TIEMPOS DE SIMULACIÓN DE LOS TRES MÉTODOS PARA LA ANTENA PARABÓLICA .....	13
TABLA 1.6. VALORE EMPLEADOS EN LA SIMULACIÓN PARA ESTUDIAR LA VARIACIÓN DE RESULTADOS. ....	16
TABLA 1.7. ESCENARIOS DE SIMULACIÓN Y RESULTADOS .....	16
TABLA 1.8. INDICADORES ESTADÍSTICOS DE CADA PARÁMETRO Y SUS INTERACCIONES. ....	16
TABLA 1.9. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DE LAS ESTACIONES DE TRABAJO.....	17
 TABLA 5.1. COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN PARA EL MÉTODO CAUCHY DIRECTO Y POR SEGMENTOS. ....	47







# Introducción

El objetivo de la identificación de sistemas es construir un modelo de la realidad, iniciando a partir de un conjunto finito de observaciones. Algunas complejidades de la identificación incluyen problemas de ruido, complejidad de interacciones y no linealidades.

El procedimiento de identificación de sistemas incluye el proceso de identificación básica, la selección de un modelo adecuado, el ajuste del modelo seleccionado a las mediciones, la validación del modelo seleccionado y la conclusión.

Los avances más recientes en identificación de sistemas incluyen los enfoques multimodelo que permiten la identificación y el modelado de sistemas complejos, no lineales y con incertidumbre. Estos enfoques usan técnicas de análisis para el modelamiento y técnicas de diseño de controladores para lograr transparencia y trazabilidad matemática del modelo obtenido. En esta aproximación, el sistema es descompuesto por un conjunto de modelos integrados con diferentes grados de validez.

El Método de Expansión de Singularidad SEM introducido por Baum, determina las frecuencias resonantes naturales de un objeto a partir de la respuesta de tiempo tardío, del mismo modo esta información sobre los polos SEM también puede obtenerse en el dominio de la frecuencia usando el método de Cauchy donde la restricción de la respuesta tardía a la formulación SEM es inexistente.

El método Cauchy se basa en la aproximación de una función de transferencia de un Sistema Lineal Invariante en el Tiempo LTI en el dominio de la frecuencia utilizando una aproximación de función racional. Este método es una técnica bien conocida para la interpolación y extrapolación de datos utilizando una relación entre dos polinomios. Este concepto se extiende luego para extrapolar/interpolarse la respuesta de banda ancha de sistemas electromagnéticos EM utilizando datos de banda estrecha. Esto quiere decir que el método Cauchy puede usarse para acelerar los cálculos numéricos de parámetros (residuos y polos) relacionados con la impedancia, las corrientes y los datos de dispersión de cualquier sistema EM-LTI.

El presente trabajo se propone el desarrollo de un modelo paramétrico para caracterizar el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas en emplazamientos cercanos en función de la distancia entre las antenas, la polarización y la orientación de las antenas. Para tal fin, la metodología ejecutada consistió:

*Caracterización y definición de escenarios:* En esta etapa se realizó un levantamiento de la información relevante de los emplazamientos en los cuales funcionará el modelo.

*Recolección de datos:* En esta etapa se generaron los datos que relacionan la salida del sistema bajo estudio con diferentes vectores de entrada. Estos datos se obtienen a través de los escenarios de simulación definidos para tal fin.

*Implementación del modelo:* al finalizar el recorrido por los escenarios de simulación se implementó el método Cauchy con el propósito de extraer los coeficientes de la respuesta al sistema para cada escenario de simulación, con el propósito de conformar una librería de polos y residuos que son la herramienta del modelo paramétrico.

*Validación:* el modelo paramétrico del comportamiento del canal entre las dos antenas se validó a través de simulaciones electromagnéticas considerando escenarios diferentes a los antes planteados y posteriormente con una validación experimental en un ambiente controlado.

# 1. Caracterización y definición de escenarios

En este capítulo se sintetiza la información relevante para determinar el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas en emplazamientos cercanos en los cuales funciona el modelo paramétrico.

En colaboración con la ANE, se identificaron los tipos de antenas, emplazamientos, tipos de reflector, tipo de alimentación, polarizaciones relativas, frecuencias, distancias, entre otros parámetros relevantes. Es decir, se establecen las variables de entrada del sistema y sus rangos de operación.

Una combinación específica de los parámetros de este paquete de variables de entrada es denominado como un Escenario de Simulación ES.

## 1.1 Diseño de antena con reflector parabólico

A medida que se aumenta la frecuencia es posible conseguir elevadas dimensiones eléctricas de las antenas y, por tanto, directividades importantes. Aumentar la directividad significa disponer de geometrías capaces de focalizar la energía en regiones angulares cada vez menores. Ésta es la finalidad que se persigue con el reflector parabólico: concentrar la radiación de fuentes primarias, en general poco directivas, en una determinada dirección o región del espacio. El reflector se ubica en frente de un radiador primario, para convertir las ondas aproximadamente cilíndricas o esféricas generadas por el radiador primario en un frente de onda que puede ser considerado como localmente plano sobre la apertura del reflector. Este frente de onda es capaz de concentrar la radiación en un reducido sector angular del espacio y obtener así directividades elevadas.

La antena considerada en este trabajo es un reflector parabólico axi-simétrico con apertura circular y alimentado por una antena *backfire-splash plate* en el eje. La alimentación es diseñada y ubicada con el propósito que su centro de fase coincida con el centro de fase del reflector [1]. Sin embargo, a frecuencias de microondas (200 MHz – 30 GHz), el centro de fase de un paraboloide eléctricamente grande no es una singularidad limitada al punto focal geométrico [2]. Por lo tanto, la antena generalmente se enfoca experimentalmente al encontrar la posición axial óptima que minimiza el nulo entre el lóbulo principal y el primer lóbulo lateral.

### 1.1.1 Alimentador: antena *backfire-splash plate*

En esta antena, el reflector parabólico es alimentado por una antena *backfire-splash plate*, que a su vez se alimenta mediante una guía de onda circular. En la práctica, probablemente hay una transición coaxial a guía de onda con el fin de excitar un modo de guía de onda ya sea lineal o circular. Cuando la guía de onda circular (alimentación) se

encuentra llena de aire, se requiere una transición dieléctrica cónica dentro de la guía de onda para que actúe como un acoplador de impedancia entre la guía de onda llena de aire y el material dieléctrico utilizado para soportar la lente dieléctrica.

Splash Plate consta de una lente dieléctrica y un plano reflectante, este admite ya sea polarización lineal o circular y se puede unir directamente a una guía de onda circular [3]. De la lente dieléctrica sobresale una transición dieléctrica cónica a lo largo de la guía de onda circular. Esta sección cónica tiene dos propósitos: en primer lugar, proporcionar soporte mecánico para la lente dieléctrica y el plano reflectante, y en segundo lugar como una sección de acople entre la guía de onda circular llena de aire y la lente dieléctrica (Figura 1.1).

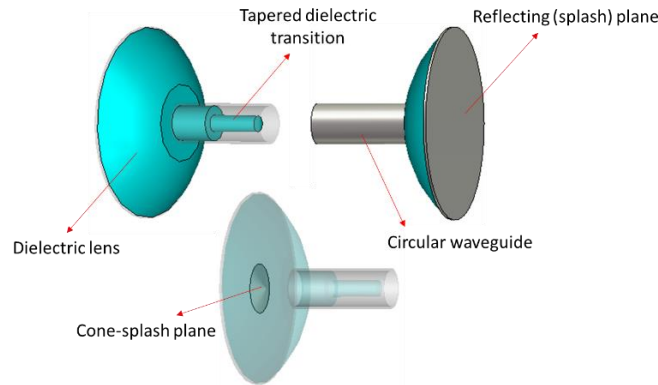


Figura 1.1. Antena splash plate.

El diseño teórico de la antena splash plate es abordado en [4], [5] y [6]. El análisis teórico es basado en los métodos de trazado de rayos de la teoría geométrica de la difracción (GTD Geometric Theory of Diffraction). La fuente de campo inicial generada en el punto  $O$  tiene una imagen en  $O'$  debido al reflejo de la placa. Esta fuente en  $O'$  irradia directamente al campo lejano, pero solo sobre un sector angular restringido, ya que está limitado por el tamaño físico de la placa y por el bloqueo de la guía de onda.

La radiación directa de  $O'$  representa el componente geométrico-óptico del campo radiado. Para incluir los efectos de difracción en los bordes de la placa en  $C$  y  $D$ , que están iluminados por el campo desde  $O'$ . Los rayos restantes que determinan una solución de primer orden son los que dan razón del acoplamiento entre el splash plate y la guía de onda. Las fuentes de línea en  $C$ ,  $D$  producen reflejos desde las paredes de la guía de onda y esto puede considerarse procedente de las fuentes de imagen  $C'$ ,  $D'$ . La fuente original en  $O'$  se difracta en los bordes de la guía de onda  $A$  y  $B$ . Estas fuentes a su vez tienen imágenes en  $A'$  y  $B'$  que dan cuenta de su reflejo en el splash plate. En total, hay un total de nueve fuentes en  $O'$ ,  $A$ ,  $A'$ ,  $B$ ,  $B'$ ,  $C$ ,  $C'$ ,  $D$ ,  $D'$  que radian sobre un respectivo rango angular.

Al incluir el cono, se tiene fuentes de borde adicionales en  $E$ ,  $F$  y  $G$ . El reflejo en las caras  $EF$  y  $EG$  proporciona fuentes de imagen en  $O''$  y  $O'''$ . Este cono envía la energía lejos de la abertura de la guía de onda, y la imagen en  $O'$  no ilumina los bordes de la guía en  $A$  y  $B$ . Se tiene las fuentes en  $C$ ,  $C'$ ,  $D$ ,  $D'$ . Siempre que  $b \tan \beta \leq d$ , las fuentes en  $F$  y  $G$  no se

reflejan desde las paredes de la guía de onda. Para dar continuidad al campo donde la guía de onda bloquea la fuente en  $E$ , se incluye difracción de segundo orden de  $E$  a  $A$  y de  $E$  a  $B$ . Por lo tanto, la solución está dada por las fuentes en  $O', O'', O''', C, C', D, D', F, E, G, A, B$  (Figura 1.2).

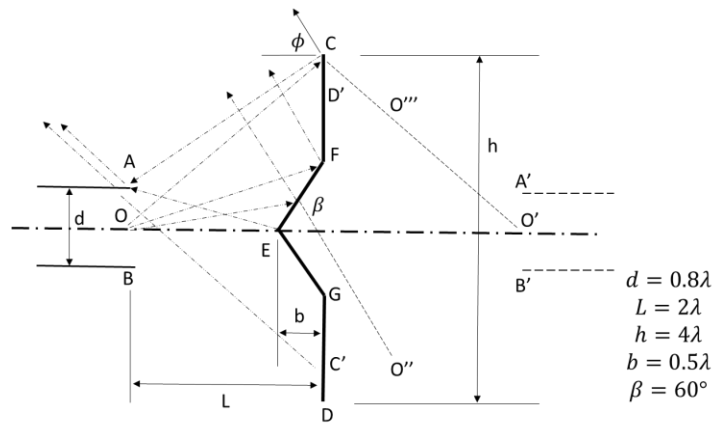


Figura 1.2. Modelo GTD [4], [5].

En base a lo anterior se diseña la antena alimentadora obteniendo los parámetros que se exponen en la Figura 1.3. El material dieléctrico del lente y de la sección cónica es teflón con una constante dieléctrica de 2.1 [7].

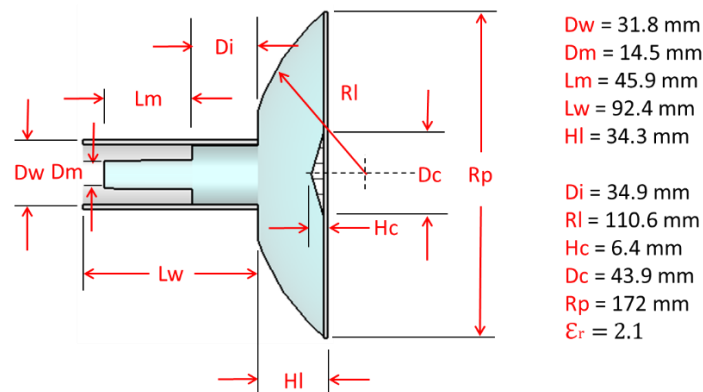


Figura 1.3. Parámetros splash plate.

El diseño y simulación de la antena Splash Plate se realiza en CST Microwave Studio, utilizando tres tipos diferentes de solvers; *Integral Equation Solver*, *Time Domain Solver* y *Frequency Domain Solver*, esto quiere decir que se realizan simulaciones bajo diferentes métodos (FDTD, FEM, MoM, FIT) con el objetivo de comparar y validar los resultados obtenidos.

*Time Domain Solver* utiliza el método FDTD (Finite Difference Time Domain) para resolver las ecuaciones de Maxwell. Por otro lado, *Frequency Domain Solver* utiliza FEM (Finite Element Method) para resolver la ecuación de Maxwell e *Integral Equation Solver* utiliza MoM (Method of Moments). Los tres solvers usan tres métodos diferentes para resolver el

mismo problema. Los tres solvers están basados en FIT (Finite Integral Technique) siendo la idea básica de esta técnica el aplicar las ecuaciones de Maxwell en forma integral a un conjunto de cuadrículas escalonadas. Por lo tanto, es pertinente que los tres solvers den resultados aproximados.

Además, se realiza un análisis de convergencia del sistema bajo estudio; el cual consiste en la variación del mallado de la estructura en este caso la antena splash plate, hasta obtener resultados aproximados entre los diferentes mallados.

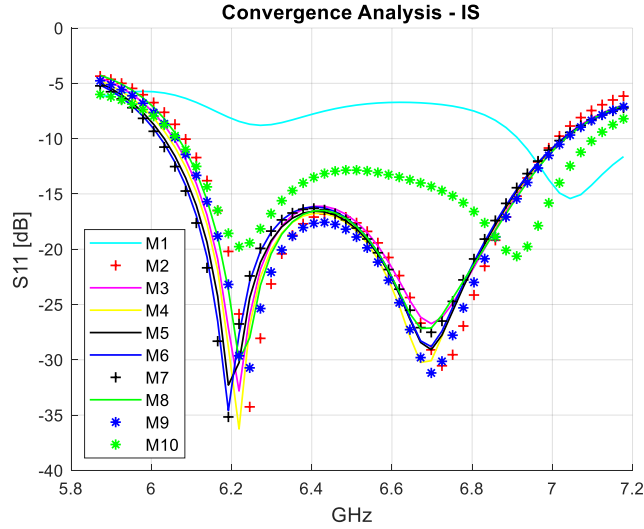


Figura 1.4. Análisis de convergencia *Integral Equation Solver*.

Mesh	Surfaces	Time Solver
M1	771	0 h, 08 m, 22 s
M2	843	0 h, 07 m, 34 s
M3	2.045	0 h, 24 m, 13 s
M4	4.443	1 h, 37 m, 00 s
M5	7.872	6 h, 16 m, 19 s
M6	12.300	0 h, 23 m, 51 s
M7	17.608	0 h, 54 m, 04 s
M8	1.440	0 h, 15 m, 43 s
M9	1.003	0 h, 08 m, 20 s
M10	797	0 h, 07 m, 36 s

Tabla 1.1. Variación del mallado *Integral Equation Solver*.

La Figura 1.4 ilustra el análisis de convergencia realizado en *Integral Equation Solver* con diez mallados diferentes sobre la estructura de la antena splash plate. Los mallados *M2* a *M9* dan como resultado comportamientos similares del coeficiente de reflexión  $S_{11}$  a diferencia de los mallados *M1* y *M10*. La Tabla 1.1 contiene el número de superficies y el



tiempo de simulación para los diez mallados. Con esta información se determina el mallado a ser usado en los ES basado en el comportamiento obtenido del parámetro  $S_{11}$  y tiempo de simulación. Por esta razón, el mallado seleccionado es  $M2$ , ya que el tiempo de simulación es bajo y el parámetro  $S_{11}$  tiene un comportamiento similar a mallados con un mayor número de superficies.

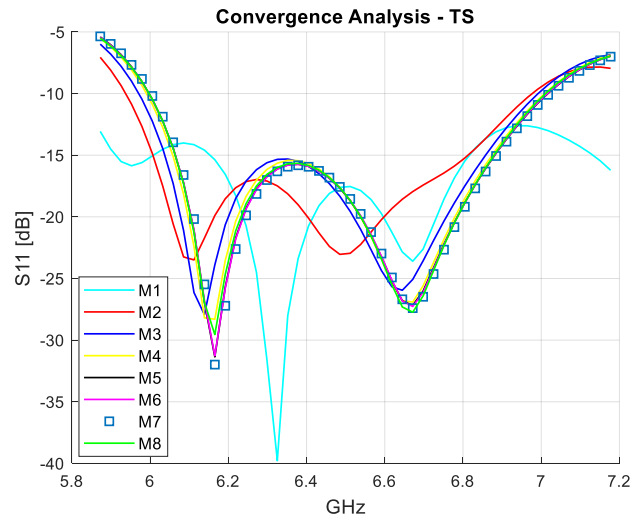


Figura 1.5. Análisis de convergencia *Time Domain Solver*.

Mesh	Meshcells	Time Solver
M1	11.191	7 s
M2	50.094	12 s
M3	122.728	18 s
M4	257.594	26 s
M5	445.824	39 s
M6	466.560	38 s
M7	726.768	50 s
M8	313.551	28 s

Tabla 1.2. Variación del mallado *Time Domain Solver*.

El mismo análisis de convergencia es aplicado en *Time Domain Solver* como lo muestra la Figura 1.5 y la Tabla 1.2. Los mallados  $M4$  a  $M8$  dan como resultado comportamientos similares del coeficiente de reflexión  $S_{11}$ . Seleccionando así el mallado  $M8$ , por su tiempo de simulación y numero de celdas.

De igual manera se realiza el análisis de convergencia en *Frequency Domain Solver* como se ilustra en la Figura 1.6 y la Tabla 1.3. Todos los mallados en este caso dan como resultado un comportamiento igual del coeficiente de reflexión  $S_{11}$ . Por esta razón se elige el mallado  $M3$  que tiene un numero de tetraedros y tiempo de simulación intermedio.

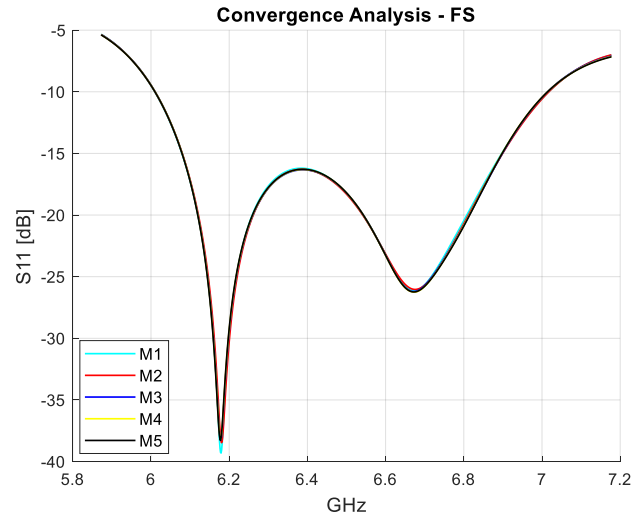


Figura 1.6. Análisis de convergencia *Frequency Domain Solver*.

Mesh	Tetrahedrons	Time Solver
M1	31.793	0 h, 02 m, 29 s
M2	31.965	59 s
M3	43.169	0 h, 03 m, 10 s
M4	79.484	0 h, 06 m, 29 s
M5	249.243	0 h, 26 m, 16 s

Tabla 1.3. Variación del mallado *Frequency Domain Solver*.

Por último, se realiza la comparación de los tres solvers con los mallados seleccionados para cada método. Como se aprecia en la Figura 1.7 los resultados del coeficiente de reflexión  $S_{11}$  obtenidos por los tres solvers y sus respectivos mallados son aproximados, validando así los resultados conseguidos.

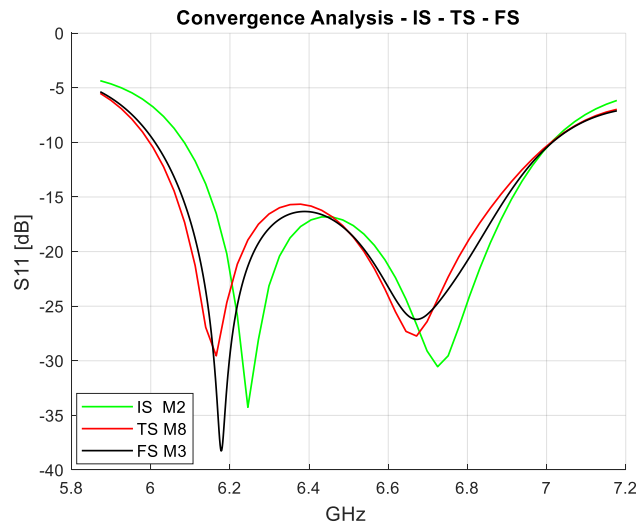


Figura 1.7. Comparación entre métodos (*IS-TS-FS*) para el alimentador splash plate.

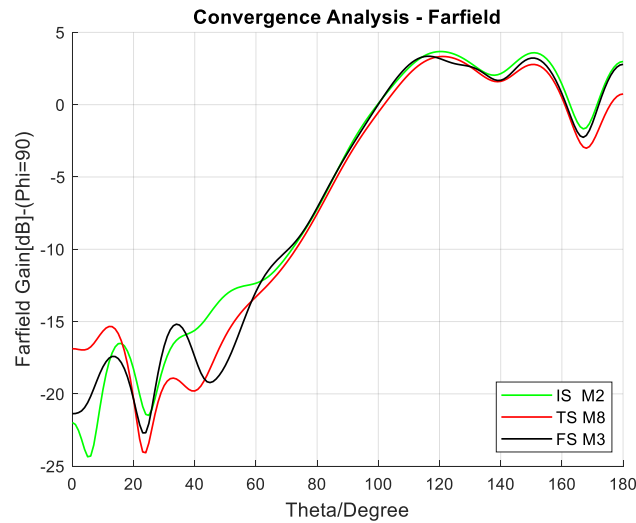


Figura 1.8. Comparación entre solvers del patrón de radiación para el alimentador splash plate.

Además, se realiza la comparación del patrón de radiación obtenido para los tres solvers y sus respectivos mallados. La Figura 1.8 ilustra la proximidad de los resultados, ratificando así la validez del análisis de convergencia entre diferentes métodos (*IS-TS-FS*).

### 1.1.2 Antena parabólica

la antena reflectora parabólica axi-simétrica considerada en este trabajo se caracteriza por que el diámetro  $D$  de la superficie reflectora paraboidal es generalmente mayor en relación con la longitud de onda. Por el contrario, las dimensiones de la apertura de la antena splash plate son aproximadamente  $4\lambda$ .

En este caso, el propósito fundamental del reflector es transformar un patrón de radiación de baja ganancia (patrón primario) en un *pencil beam* de alta ganancia (patrón secundario). Esto se logra a través de la óptica geométrica aplicada a un paraboloide: todos los rayos que salen del punto focal de la antena de alimentación son colimados después de la reflexión y viajan paralelos al eje del reflector, además, cualquier haz de rayos viaja equidistante desde el punto focal a una superficie plana normal al eje de simetría paraboidal (Figura 1.9). Por lo tanto, el campo en todas partes en el plano de apertura tiene una fase uniforme. El plano de referencia se encuentra en el campo cercano del paraboloide, y a menudo se elige para pasar a través del punto focal, siempre que el ángulo desde el punto focal sea inferior a  $90^\circ$ , es decir, para  $F/D > 0.25$ .

Sin embargo, la amplitud del campo en el plano de la apertura no es uniforme debido a la atenuación de onda esférica  $1/r$  a lo largo del camino desde el punto focal hasta la superficie del reflector, ya que  $r$  se encuentra en función del ángulo de iluminación. Esto da como resultado un campo de apertura cónico, con la amplitud del campo disminuyendo hacia el borde de la apertura. El cono está determinado por la relación  $F/D$ . Además, la direccionalidad de la radiación primaria contribuye a una disminución de la amplitud

adicional. Finalmente, la distribución de la amplitud en la apertura se ve afectada por el bloque producido por el alimentador y cualquier soporte adicional.

Existe una relación fundamental entre el estrechamiento de la amplitud del campo de apertura y los niveles de ganancia de campo lejano y lóbulo lateral. Cuanto mayor es el cono, más bajos son los niveles del lóbulo lateral, pero a expensas de la eficiencia de apertura reducida (menor ganancia).

El efecto de la disminución gradual en los niveles del lóbulo lateral y el ancho del haz del lóbulo principal se puede entender usando las leyes de la óptica física para obtener el patrón del campo lejano del reflector a través de su relación de transformación de Fourier con el campo de apertura [8].

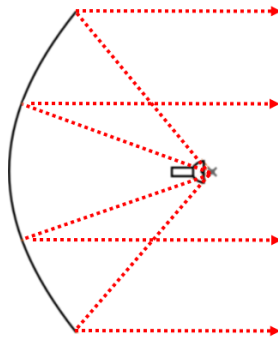


Figura 1.9. Colimación de rayos de la antena reflectora alimentada por el splash plate.

### **Análisis electromagnético – Método de la apertura**

Este método presume el conocimiento de la distribución de campos en la apertura de la antena, en este caso la apertura del reflector. A partir de esta distribución de campos se obtienen las corrientes equivalentes en la apertura y a partir de estas, los parámetros de radiación de la antena [9].

El análisis electromagnético se realiza considerando la incidencia de una onda emanada del foco sobre el reflector, que localmente puede considerarse plana, ya que habitualmente las dimensiones, distancia focal, diámetro y radio de curvatura, son grandes en términos de la longitud de onda. El análisis supone que el reflector se encuentra en el campo lejano del alimentador, esto quiere decir que la onda generada por el alimentador es captada por el reflector como una onda monodimensional o plana, lo cual suele ser cierto para los alimentadores más comunes. En el foco se sitúa una antena de diagrama de radiación  $D_f(\theta', \phi')$ , que radia una potencia  $P_r$ , siendo la intensidad de radiación  $K_f$ ,

$$K_f = \frac{P_r}{4\pi} D_f(\theta', \phi') \quad (1.1)$$

El campo eléctrico incidente sobre el reflector  $\vec{E}_i$  (Figura 1.10), se calcula a partir de la expresión 1.1, siendo

$$\vec{E}_i = \frac{e^{-jkr'}}{r'} \sqrt{\frac{\eta P_r D_f(\theta', \phi')}{4\pi}} \hat{e}_i \quad (1.2)$$

Los campos reflejados  $\vec{E}_r$  son fijados por las condiciones de contorno

$$\hat{n} \times (\vec{E}_i + \vec{E}_r) = 0 \quad (1.3)$$

Al suponer que el reflector está en el campo lejano del alimentador, se obtienen los campos magnéticos incidente  $H_i$  y reflejado  $H_r$  sobre la superficie del reflector.

$$\vec{H}_i = (\hat{n}_i \times \vec{E}_i) \frac{1}{\eta}, \quad \vec{H}_r = (\hat{n}_r \times \vec{E}_r) \frac{1}{\eta} \quad (1.4)$$

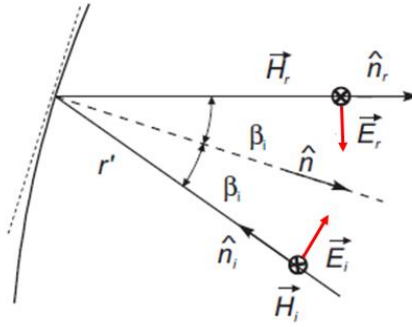


Figura 1.10. Incidencia de una onda sobre la superficie del reflector.

Aplicando el teorema de la equivalencia, el reflector es considerado como una apertura donde el frente de onda es plano. Para calcular el campo radiado por el reflector se considera una distribución de corrientes eléctricas y magnéticas equivalentes.

$$\begin{aligned} E_\theta &= j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} (1 + \cos \theta) \iint_{S_0} [E_x^a \cos \phi + E_y^a \sin \phi] e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}'} ds' \\ E_\phi &= j \frac{e^{-jkr}}{2\lambda r} (1 + \cos \theta) \iint_{S_0} [-E_x^a \sin \phi + E_y^a \cos \phi] e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}'} ds' \end{aligned} \quad (1.5)$$

### **Simulación reflector parabólico**

En esta etapa se agrega el reflector parabólico de 0.9 m de diámetro al splash plate (Figura 1.11), y al igual que para la antena alimentadora se realiza la simulación en CST Microwave Studio, utilizando los tres tipos solvers mencionados anteriormente (sección 1.1.1). Las simulaciones se realizan con los mallados seleccionados para cada método producto del análisis de convergencia.

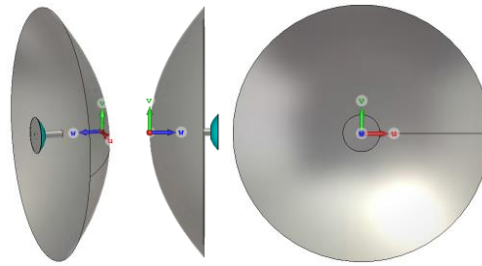


Figura 1.11. Antena parabólica, diámetro 0.9 m.

En la Figura 1.12 se ilustra el coeficiente de reflexión  $S_{11}$  obtenido para cada método de simulación y su respectivo mallado, donde los resultados presentan un comportamiento similar en el acople de la antenna para el rango de frecuencia de 5.8 GHz a 7.2 GHz, siendo este el rango de operación de la misma. Esta antena es diseñada para mantener un acople por debajo de los -10 dB para el rango de frecuencias antes mencionado, el cual coincide con el ancho de banda de la antena parabólica SC3-W60AC con la que se realizara la validación experimental.

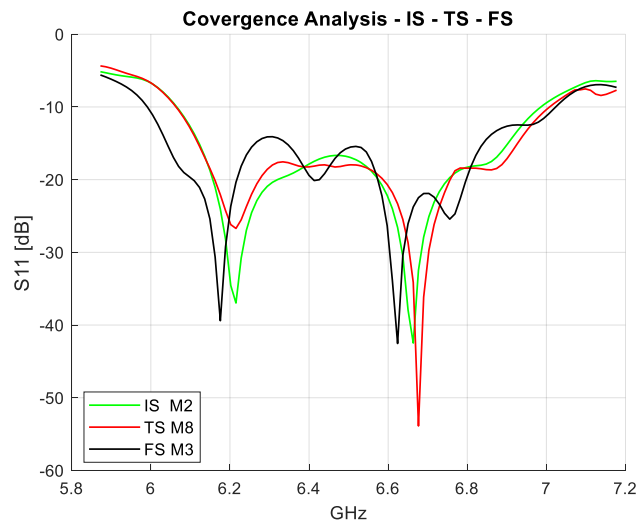


Figura 1.12. Comparación entre métodos (*IS–TS–FS*) para la antena parabólica.

La Figura 1.13 ilustra la comparación del patrón de radiación obtenido por los tres métodos y sus respectivos mallados, y al igual que la comparación realizada para el alimentador los resultados equivalentes. Estos resultados de simulación son comparados con la información suministrada en la hoja de datos de la antena y sintetizados en la tabla 1.4.

Technical Features	Integral Equation Solver	Time Domain Solver	Frequency Domain Solver	Datasheet SC3-W60AC
Gain (dBi)	34.4	34.2	34.4	33.9
3dB beamwidth (deg)	3.2	3.2	3.3	3

Tabla 1.4. Comparación entre resultados de simulación e información suministrada en la hoja de datos SC2-W60AC.

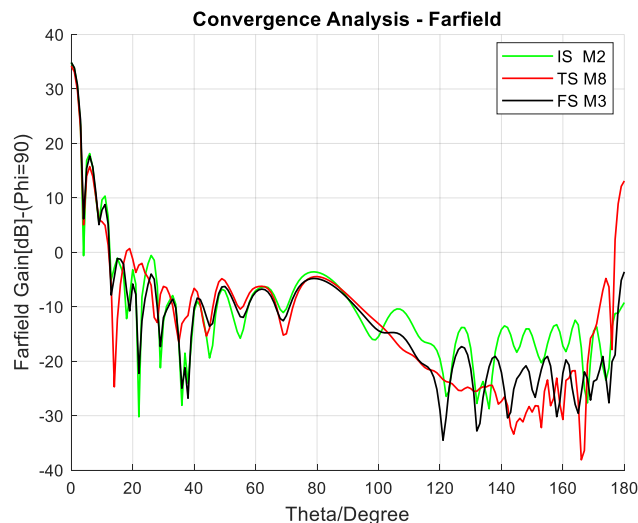


Figura 1.13. Comparación entre solvers del patrón de radiación para la antena parabólica.

Al comparar los resultados de las simulaciones y la información de la hoja de datos (Tabla 1.4), se puede concluir que el diseño de la antena parabólica realizado en CST Microwave Studio es equivalente a la antena que se encuentra en el mercado.

A partir de las simulaciones efectuadas (Tabla 1.5) utilizando los tres métodos (FDTD, FEM, MoM) tanto para la antena alimentadora *splash plate* como para el reflector parabólico y en base a las particularidades de cada método [10] se concluye que *Integral Equation Solver* es el método más adecuado para simular estructuras grandes en términos de longitud de onda ya que optimiza tiempo de ejecución y memoria, debido a que discretiza las superficies por el método de los momentos (MoM), Este método resuelve las ecuaciones de Maxwell sin aproximaciones implícitas, presenta mayor estabilidad numérica en la discretización de las integrales frente a las derivadas, permite excluir el medio que se encuentran alrededor de la estructura y por consiguiente facilita el análisis de estructuras abiertas, analiza el problema de forma rigurosa y precisa, teniendo en cuenta la mayoría de los fenómenos físicos que ocurren en las estructuras, con lo que el análisis es válido para cualquier frecuencia.

Method	Time Solver
Integral equation solver (MoM)	20 m, 01 s
Time domain solver (FDTD)	32 m, 42 s
Frequency domain solver (FEM)	1 h, 48 m, 43 s

Tabla 1.5. Tiempos de simulación de los tres métodos para la antena parabólica

## 1.2 Escenarios de simulación

Los escenarios de simulación buscan recrear la influencia que tiene cada parámetro de entrada en la interacción entre antenas de reflector parabólico. Dicha interacción es cuantificada con el valor de acople que se produce en cada caso, representado dicho valor

por el parámetro de transmisión  $S_{21}$ , el cual representa la potencia recibida por la antena 2 con relación a la entrada de potencia a la antena 1.

El escenario ilustrado en la figura 1.14, es el implementado en las simulaciones de cada uno de los escenarios canónicos planteados en la Tabla 1.7. Donde los parámetros de la antena 1 permanecen constantes: *Diámetro*=0.9 m, *Acimut*=0°, *altura*=0 m y *polarización vertical*. Mientras, que los parámetros de la antena 2: *Diámetro*, *acimut*, *altura relativa* y *polarización*, varían de acuerdo al escenario, como se describe en la Tabla 1.7.

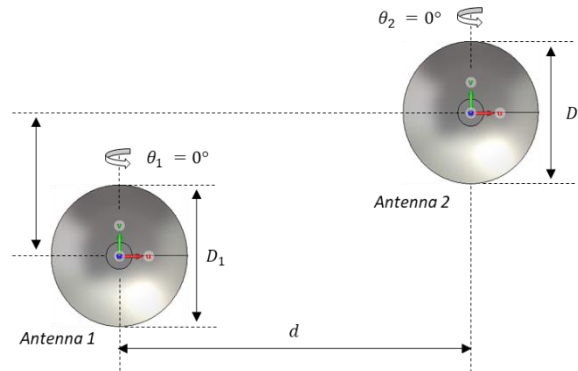


Figura 1.14. Escenario canónico de simulación.

El propósito de las simulaciones realizadas es evaluar cómo el cambio en una variable genera un impacto sobre un punto específico de interés. Así pues, se busca determinar la influencia relativa de cada parámetro de entrada en la variable de salida, siendo en este caso el acople entre las antenas en el rango de frecuencias de 5.8 GHz a 7.2 GHz.

El cálculo de la distancia de separación entre antenas que garantice un aislamiento deseado (comportamiento del canal) depende de diferentes variables como la geometría de la antena, el patrón de radiación de la antena, la altura y los ángulos de orientación.

El comportamiento del canal se puede determinar por medio de medidas experimentales, modelos analíticos y métodos numéricos. Aunque las mediciones proporcionan el valor de aislamiento de manera precisa, pueden resultar demasiado costosas y demoradas para utilizarse en estudios operativos.

En la recomendación ITU-R M.2244 se proporcionan algunos modelos para el cálculo del aislamiento en términos de la separación para sistemas IMT, cuyas frecuencias de operación están por debajo de los 3 GHz. Estos modelos están basados en la fórmula de Friis y, particularmente, para el caso en el que las antenas están en el mismo plano vertical, el modelo no tiene en cuenta la información de la ganancia de la antena debido a que sólo tiene en cuenta contribuciones de componentes de campo que decrecen como  $1/r^2$ . La misma recomendación advierte que para los casos en los que existen acoplamientos de campo cercano, la fórmula de Friis puede sobreestimar o subestimar el aislamiento de manera importante.



En ese orden de ideas las variables de estudio se desprenden de la fórmula de Friis, donde se tiene en cuenta, la distancia entre las antenas, la directividad de las antenas (patrón de radiación) que depende de la relación distancia  $F/D$  (focal/diámetro) del reflector y ángulo de orientación (acimut). Además, se tiene en cuenta la altura de cada elemento radiante que genera una distancia relativa entre las antenas cuando se encuentran a alturas diferentes y por último la polarización de cada antena.

### 1.2.1 Análisis de sensibilidad

El objetivo del análisis de sensibilidad es definir los parámetros que predominan en el comportamiento del canal (acople) entre las antenas, a partir del análisis estadístico de los resultados de un conjunto de simulaciones.

#### **Conceptos previos [11]**

*Factor:* Variable dependiente estudiada en el experimento. Puede ser cuantitativa como la distancia entre las antenas o cualitativa como la polarización.

*Niveles:* Valores que toma cada factor.

*Efecto estandarizado:* Cambio en la respuesta relacionado con el cambio en un factor.

*Suma de cuadrados (SS):* cantidad de variación que puede ser atribuida a un término a medida que cambia.

*Porcentaje de contribución:* se obtiene sumando todos los términos de la suma de cuadrados y luego tomando cada SS individual, dividiendo por el total SS y multiplicando por 100. Cuando todos los términos tienen los mismos grados de libertad, el porcentaje de contribuciones puede ser usado para determinar qué términos son más contribuyentes que otros.

#### **Descripción**

Un análisis de sensibilidad determina la influencia relativa de cada parámetro de entrada en la variable de salida. Se realizó con la herramienta *Regular Two-Level Factorial Designs* del programa *Design Expert*, que analiza el comportamiento del acople entre las antenas ante la variación de cada factor en dos niveles [12].

Para el caso de 5 parámetros de entrada, según *Design Expert*, 16 simulaciones son suficientes para estimar los efectos principales y las interacciones entre dos factores. En la Tabla 1.6 se consideran los parámetros y los valores que toma cada uno.

Como se mencionó anteriormente, los parámetros de la antena 1 permanecen fijos en todas las simulaciones, y los de la antena 2 varían según la Tabla 1.7.

Parameter	Value
Distance between antennas	20 – 50 m
Relative height	0 – 45 m
polarization	Vertical/Horizontal
Diameter	0.6 – 1.2 m
Azimuth	30° - 70°

Tabla 1.6. Valore empleados en la simulación para estudiar la variación de resultados.

### Resultados y análisis de resultados

A partir de los valores consignados en la Tabla 1.6, Design Expert genera la siguiente tabla con los experimentos de simulación que deben ser realizados para el análisis. En la última columna se presenta el valor del acople promedio en el rango de 5.8 GHz a 7.2 GHz.

Stage	Factor A: Distance (m)	Factor B: Polarization antenna 2	Factor C: height antenna 2 (m)	Factor D: Diameter antenna 2 (m)	Factor E: Azimuth antenna 2	Coupling: Average (5.8- 7.2 GHz) (dB)
1	20	V	45	1.2	30	-44.901
2	50	V	45	1.2	70	-63.114
3	20	V	0	0.6	30	-51.969
4	50	V	45	0.6	30	-73.35
5	50	V	0	1.2	30	-53.61
6	20	H	45	0.6	70	-69.885
7	20	V	0	1.2	70	-69.348
8	50	H	0	0.6	70	-76.096
9	20	H	0	0.6	30	-62.437
10	50	H	0	1.2	30	-59.837
11	50	H	45	1.2	70	-61.467
12	20	H	45	1.2	30	-56.688
13	20	H	0	1.2	70	-62.171
14	50	H	45	0.6	30	-57.081
15	50	V	0	0.6	70	-75.906
16	20	V	45	0.6	70	-58.77

Tabla 1.7. Escenarios de simulación y resultados

A partir de los datos ingresados, Design Expert calcula los siguientes indicadores estadísticos; efecto estandarizado, suma de cuadrados (SS) y porcentaje de contribución (Tabla 1.8).

Parameter	Standardized effect	Sum of squares	% of contribution
A-Distance	-5.54	112.61	15.49
B-polarization	-1.84	13.49	12.65
C-height	3.26	42.63	9.55
D-Diameter	6.79	184.67	8.99
E-Azimuth	-9.61	369.45	31.62
AB	4.71	88.79	7.6
AC	-0.66	1.72	0.15
AD	4.31	74.18	6.35
AE	1.43	8.23	0.7
BC	0.59	1.39	0.12
BD	-0.46	0.85	0.073
BE	1.22	5.92	0.51
ABC	5.49	120.69	10.33
ABD	-4.7	88.51	7.58
ABE	-3.36	45.23	3.87

Tabla 1.8. indicadores estadísticos de cada parámetro y sus interacciones.

El criterio para elegir los parámetros significativos es que su porcentaje de contribución sea mayor al 10% [11]. Cabe aclarar que, aunque la interacción entre los parámetros ABC tiene un porcentaje de 10.33%, no se tiene en cuenta, ya que los resultados por interacciones entre tres o más factores no son confiables.

Los parámetros más significativos en el acoplamiento de las dos antenas parabólicas operando en emplazamientos próximos son: distancia, acimut y polarización, con porcentajes de contribución de: 15.49%, 31.62 y 12.65% respectivamente.

## 1.2.2 Simulación de escenarios

A partir del análisis de sensibilidad se establecieron los parámetros más significativos en el acople entre dos antenas parabólicas en emplazamientos próximos. Por lo tanto, con la variación de estos parámetros se construye el conjunto de simulaciones que alimentan el modelo paramétrico. A continuación, se describe como varía cada uno de los parámetros y los escenarios de simulación resultantes a dichas variaciones.

*Distancia entre antenas:* 1, 15, 30, 45, 60, 75 y 100 m.

*Acimut:* 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270° y 315°.

*Polarización:* Vertical y horizontal.

De esta variación paramétrica se obtienen 112 escenarios de simulación los cuales son empleados en la construcción del modelo paramétrico.

Las simulaciones fueron realizadas en dos estaciones de trabajo con las características que se describen en la Tabla 1.9. Estas simulaciones tardaron 3808 horas (159 días), en promedio cada escenario de simulación tardó 34 horas.

System	EMC-server1	EMC-server2
Processor	Intel Xeon CPU ES-2630 v2 2x6 cores 2.60 GHz	Intel core i7-8750H CPU 1x6 cores 2.21 GHz
RAM	64 GB	32 GB
GPU	Tesla M2090 6 GB	Tesla M2090 6 GB

Tabla 1.9. Especificaciones técnicas de las estaciones de trabajo.

Los resultados de las simulaciones se encuentran en el anexo A.

### **Condiciones de frontera – Planos de simetría**

Establecer condiciones de frontera en la simulación de los escenarios empleados en la construcción del modelo paramétrico es de gran importancia, ya que de esto depende en gran medida que el resultado de la simulación sea correcto.

El comportamiento del coeficiente de transmisión  $S_{21}$  se ve afectado al establecer planos de simetría eléctricos sobre los puertos que alimentan las antenas y a esto sumado la

polarización de los puertos como se ilustra en la Figura 1.16 para la configuración paramétrica presentada en la Figura 1.15.

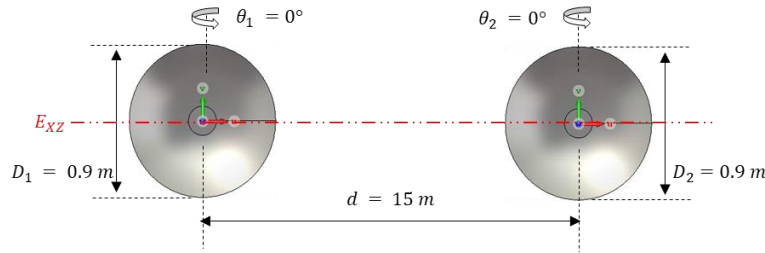


Figura 1.15. Escenario de simulación – plano de simetría  $E_{XZ}$ .

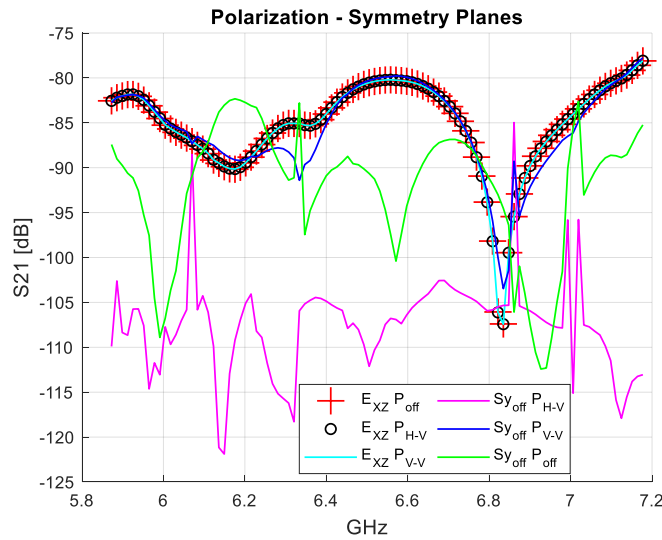


Figura 1.16. Comportamiento del parámetro  $S_{21}$  al establecer planos de simetría y polarización.

$E_{XZ}$ : simetría de campo eléctrico en el plano  $XZ$ .

$Sy_{off}$ : sin plano de simetría.

$P_{V-V}$ : polarización de las antenas vertical.

$P_{H-V}$ : polarización antena 1 horizontal y antena 2 vertical.

Al establecer la simetría  $E_{XZ}$  sobre los puertos que alimentan las antenas la polarización es forzada a ser vertical para los dos puertos sin importar que la polarización del puerto sea horizontal ya que el simulador emplea el método de las imágenes al establecer esta simetría, por esta razón las curvas (roja +, negra o, azul claro -) son iguales. Por el contrario, al deshabilitar la simetría  $Sy_{off}$  el comportamiento de las curvas varía (magenta -, azul -, verde -) ya que no se están forzando polarizaciones. Con base en esto, las simulaciones para los 112 escenarios son realizadas sin planos de simetría.

En los escenarios de simulación no se consideran las estructuras de las torres de comunicaciones, debido al alto costo computacional que requiere el simular estas estructuras.

### 1.3 Escenario de simulación como un sistema LTI

Un enfoque para caracterizar una antena UWB ha sido modelar la antena como un sistema LTI. El sistema LTI se define como un sistema que exhibe la propiedad de superposición en su relación entrada-salida y esto no cambia en el tiempo [13].

Los sistemas LTI de la antena transmisora y receptora se pueden utilizar para describir el enlace de comunicación entre dos antenas. La Figura 1.17 ilustra un sistema de comunicación de dos antenas, donde la antena transmisora y la antena receptora están separadas por una distancia  $d$ .

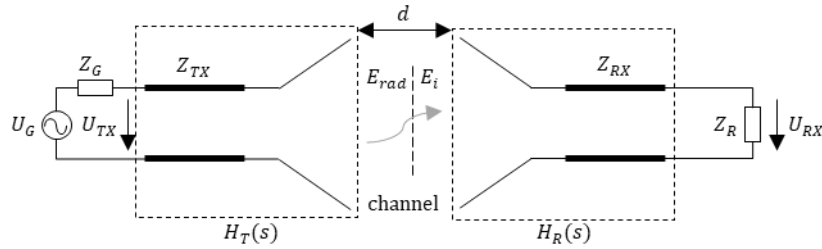


Figura 1.17. Sistema de comunicación de dos antenas.

La antena transmisora irradia el campo eléctrico  $\mathbf{E}_{rad}(f, \theta, \phi)$  a una distancia  $r$  de la antena. La impedancia característica de la antena se representa como  $Z_{TX}$ , la antena es excitada por un generador con voltaje  $U_G(f)$ , mientras que la impedancia de entrada del generador se representa como  $Z_G(f)$ . Además, el sistema LTI de la antena se modela como la función de transferencia  $\mathbf{H}_T(f)$ . Según este modelo, el campo radiado a una distancia  $d$  esta dado por

$$\frac{\mathbf{E}_{rad}(f, \theta, \phi)}{\sqrt{Z_F}} = \frac{1}{2\pi dc} e^{-\frac{j2\pi fd}{c}} j\omega \mathbf{H}_T(f, \theta, \phi) \frac{U_{TX}(f)}{\sqrt{Z_{TX}}} \quad (4.1)$$

Donde  $U_{TX}$  representa el voltaje de transmitido,  $c$  es la velocidad de la luz,  $\omega$  es la frecuencia angular,  $Z_{TX}$  y  $Z_F$  representa la impedancia característica de la antena y la impedancia de espacio libre respectivamente.  $\mathbf{E}_{rad}$  y  $\mathbf{H}_T$ , son vectores base de polarización ortogonal. En la antena receptora, el campo eléctrico radiado es recibido como el campo eléctrico  $\mathbf{E}_i(f, \theta, \phi)$ . Como la antena receptora se define como un sistema LTI con función de transferencia  $\mathbf{H}_R(f)$ , el voltaje recibido es  $U_{RX}$

$$\frac{U_{RX}(f)}{\sqrt{Z_{RX}}} = \mathbf{H}_R(f, \theta, \phi) \frac{\mathbf{E}_i(f, \theta, \phi)}{\sqrt{Z_F}} \quad (4.2)$$

Donde  $Z_{RX}$  representa la impedancia de entrada de la antena receptora.

Para describir el enlace de comunicación de las dos antenas parabólicas que conforma el escenario de simulación, se supone que el campo eléctrico transmitido a una distancia  $r$

es igual al campo eléctrico recibido. Por lo tanto, de acuerdo con las ecuaciones 4.1 y 4.2, el enlace de comunicación se deriva como

$$\frac{U_{RX}(f)}{\sqrt{Z_{RX}}} = \mathbf{H}_T(f, \theta, \phi) \mathbf{H}_R(f, \theta, \phi) \frac{e^{-\frac{j2\pi f d}{c}}}{2\pi d c} j\omega \frac{U_{TX}(f)}{\sqrt{Z_{TX}}} \quad (4.3)$$

Como se puede apreciar en las ecuaciones 4.1 y 4.3, el canal se describe como un canal lineal con propagación en el espacio libre. Sin embargo, en el diseño práctico de los sistemas de comunicación, la característica del canal exhibe propagación por trayectos múltiples. Por lo tanto, la ecuación general del enlace de comunicación se da como

$$\frac{U_{RX}(f)}{\sqrt{Z_{RX}}} = \mathbf{H}_T(f, \theta, \phi) \mathbf{H}_C(f, \theta, \phi) \mathbf{H}_R(f, \theta, \phi) \frac{e^{-\frac{j2\pi f d}{c}}}{2\pi d c} j\omega \frac{U_{TX}(f)}{\sqrt{Z_{TX}}} \quad (4.4)$$

Donde  $\mathbf{H}_T$  representa la función de transferencia del canal.

La función de transferencia del sistema se extrae del parámetro de transmisión  $S_{21}$  de las dos antenas. Se deriva modelando el sistema de comunicación como una red de dos puertos como se describe en la Figura 1.18.

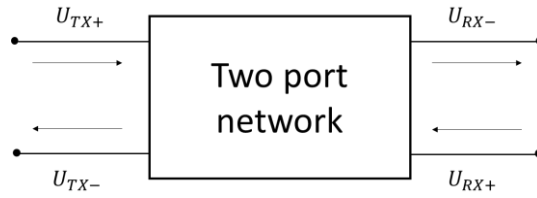


Figura 1.18. Esquemático - red de dos puertos.

$$U_{TX} = U_{TX+} + U_{TX-} \quad (4.5)$$

$$U_{RX} = U_{RX+} + U_{RX-}$$

Según la configuración de red de dos puertos, el parámetro de transmisión  $S$  se expresa de la siguiente forma

$$S_{21} = \frac{U_{RX-}}{U_{TX+}} \quad (4.6)$$

De acuerdo a las ecuaciones 4.3, 4.5 y 4.6, el parámetro de transmisión  $S$  de dos antenas a una distancia  $d$ ,

$$\mathbf{S}_{21}(f, \theta, \phi) = \mathbf{H}_T(f, \theta, \phi) \mathbf{H}_R(f, \theta, \phi) \frac{e^{-\frac{j2\pi f d}{c}}}{2\pi d c} j\omega \frac{\sqrt{Z_{RX}}}{\sqrt{Z_{TX}}} \quad (4.7)$$

Finalmente, si las dos antenas son idénticas con la misma polarización y de acuerdo con el principio de reciprocidad donde  $\mathbf{H}_T = \mathbf{H}_R$ , se obtiene

$$\mathbf{H}_T(f, \theta, \phi) = \sqrt{\frac{dc}{jf}} \mathbf{S}_{21}(f) e^{\frac{j2\pi f d}{c}} \quad (4.8)$$

El parámetro  $\mathbf{S}_{21}(f, \theta, \phi)$  se obtiene simulando cada escenario. De esta forma, se generan 112 respuestas al sistema ( $\mathbf{S}_{21}$ ) las cuales son empleadas en la construcción del modelo paramétrico.

## 2. Introducción a SVD, TLS y SEM

### 2.1 Descomposición en Valores Singulares (SVD)

La Descomposición en Valores Singulares (SVD – *Singular Value Decomposition*) es un componente crítico para resolver un problema de mínimos cuadrados totales (TLS – *Total Least Squares*) [14]. Para iniciar, debemos entender que los vectores y valores propios están relacionados a un sistema dinámico. Si multiplicamos un vector  $x$  por una matriz  $[A]$ , obtendremos un nuevo vector,  $Ax$ . La ecuación 2.1 relaciona una matriz  $[A]$  y un vector propio  $x$  con un valor propio.

$$Ax = \lambda x \quad (2.1)$$

$[A]$  es una matriz cuadrada,  $x$  es el vector propio y  $\lambda$  es un valor propio. Normalmente, cuando cualquier vector  $x$  es multiplicado por cualquier matriz  $[A]$ , se obtiene un nuevo vector con componentes que apuntan en direcciones diferentes a el vector original  $x$ . Sin embargo, los vectores propios son vectores especiales que no cambian su dirección incluso después de que se multiplican por la matriz  $[A]$ . A partir de la ecuación 3.1 se puede apreciar que cuando se multiplica un vector propio por  $[A]$ , el nuevo vector  $Ax$  es solo el valor propio  $\lambda$  multiplicado por el vector original  $x$ . Este valor propio es el factor de escala por el que sido multiplicado el vector propio. Como veremos en secciones posteriores, los valores propios también pueden proporcionar parámetros importantes de una función de transferencia de un sistema, como los polos.

Una forma de caracterizar y extraer los valores propios de una matriz  $[A]$  es diagonalizarla. La diagonalización de una matriz no solo proporciona una forma rápida de extraer valores propios, sino que parámetros importantes como el rango y la dimensión de una matriz se pueden encontrar fácilmente una vez que una matriz se diagonaliza.

Para diagonalizar la matriz  $[A]$ , los valores propios de  $[A]$  deben ser ubicados en una matriz diagonal,  $[\Lambda]$ . Esto se completa formando una matriz de vectores propios  $[S]$  con los vectores propios de  $[A]$  colocados en las columnas de  $[S]$  y multiplicándolos como lo muestra la ecuación 2.2.



$$[S]^{-1}[A][S] = [\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Al reorganizar la ecuación 2.2 se obtiene

$$[A] = [S][\Lambda][S]^{-1} \quad (2.3)$$

Comenzamos a encontrar problemas cuando las matrices no son solo cuadradas sino también rectangulares. Anteriormente se consideró que  $[A]$  era una matriz cuadrada  $n \times n$ . Ahora supondremos que  $[A]$  es cualquier matriz rectangular de  $m \times n$ . En este caso usar  $[S]^{-1}[A][S]$  ya no es ideal por algunas razones; los vectores propios de  $[S]$  no siempre son ortogonales, a veces no hay suficientes vectores propios, y usar  $Ax = \lambda x$  requiere que  $[A]$  sea una matriz cuadrada. Sin embargo, este problema puede resolverse con la Descomposición en Valores Singulares. La SVD de  $[A]$ :

$$[A]_{m \times n} = [U][\Sigma][V]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \cdots & \mathbf{u}_r \end{bmatrix}_{m \times r} \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_r \end{bmatrix}_{r \times r} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 & \cdots & \mathbf{v}_r \end{bmatrix}_{n \times r} \quad (2.4)$$

Donde  $m$  es el número de filas de  $[A]$ ,  $n$  es el número de columnas de  $[A]$ , y  $r$  es el rango de  $[A]$ . La SVD de  $[A]$ , que ahora puede ser rectangular o cuadrada, tendrá dos conjuntos de vectores singulares,  $[\mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_r]$  y  $[\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_r]$ .  $[\mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_r]$  son los vectores propios de  $[A][A]^T$  y  $[\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_r]$  son los vectores propios de  $[A]^T[A]$ .  $[U]$  y  $[V]$  son también matrices unitarias, lo que significa que  $[U]^T[U] = [I]$  y  $[V]^T[V] = [I]$ .  $[\sigma_1 \cdots \sigma_r]$  son los valores singulares que también resultan ser las raíces cuadradas de los valores propios de  $[A][A]^T$  y  $[A]^T[A]$ . Sin embargo,  $[U]$  y  $[V]$  no son matrices cuadradas. Mientras que en la ecuación 2.4 es la diagonalización de  $[A]$ , la ecuación matricial no es técnicamente válida ya que no se pueden multiplicar estas matrices rectangulares de diferentes tamaños. Para hacerlas cuadradas se obtienen los vectores restantes del espacio nulo  $N(A)$  y el espacio nulo izquierdo  $N(A^T)$ .

$$[A]_{m \times n} = [U][\Sigma][V]^T \quad (2.5)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \cdots & \mathbf{u}_r & \cdots & \mathbf{u}_m \end{bmatrix}_{m \times m} \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \sigma_r & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}_{m \times n} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 & \cdots & \mathbf{v}_r & \cdots & \mathbf{v}_n \end{bmatrix}_{n \times n}$$

La nueva matriz de valor singular  $[\Sigma]$  es la misma que la matriz anterior de dimensiones  $r \times r$  pero con  $m - r$  nuevas filas cero y  $n - r$  nuevas columnas cero. La teoría de los mínimos cuadrados totales (TLS) utiliza la SVD como se verá en la siguiente sección.

## 2.2 Mínimos cuadrados totales (TLS)

El método de mínimos cuadrados totales (TLS – *Total Least Squares*) es una técnica de estimación de parámetros lineales y se utiliza en una amplia variedad de disciplinas, como el procesamiento de señales, ingeniería en general, estadística, física, etc.

Un conjunto de  $m$  puntos de datos medidos  $\{(x_1, y_1), \dots, (x_m, y_m)\}$ , y un conjunto de  $n$  coeficientes lineales  $(a_1, \dots, a_n)$  que describen un modelo,  $\hat{y}(x; a)$  donde  $m > n$  [2]. El objetivo de TLS es encontrar los coeficientes lineales que mejor se aproximen al modelo en el escenario en el que falten datos o se presenten errores en las mediciones. La aproximación se puede describir mediante una expresión lineal simple.

$$y = Xa \quad (2.6)$$

Debido a que  $m > n$ , hay más ecuaciones que incógnitas, por lo tanto la ecuación 2.6 es un sistema sobredeterminado. La mejor aproximación dada por mínimos cuadrados totales es minimizar la norma de la diferencia entre los datos aproximados y el modelo  $\hat{y}(x; a)$  así como las variables independientes  $X$ . Teniendo en cuenta los errores en el vector de datos medidos  $y$ , y las variables independientes  $X$ , 2.6 puede reescribirse como:

$$y + \tilde{y} = [X + \tilde{X}]a \quad (2.7)$$

Donde  $\tilde{y}$  y  $\tilde{X}$  son los errores tanto en las mediciones de variables dependientes como las mediciones de las variables independientes, respectivamente. Posterior a esto, se busca

una aproximación minimizando estos errores en las variables dependientes e independientes.

$$\min \|\tilde{X} \tilde{y}\|_F^2 \quad (2.8)$$

Donde  $[\tilde{X} \tilde{y}]$  es una matriz aumentada con las columnas de la matriz error  $\tilde{X}$  concatenada con el vector error  $\tilde{y}$ . El operador  $\|\cdot\|_F$  representa la norma Frobenius de la matriz aumentada. La norma Frobenius es definida como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados absolutos de todos los elementos en una matriz. Esta se expresa en la ecuación 2.9, donde  $A$  es cualquier matriz,

$$\min \|A\|_F^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n A_{ij}^2 = \text{trace}(A^T A) = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (2.9)$$

Donde  $\sigma_i$  es el  $i$ -th valor singular de la matriz  $A$ .

Ahora si se trae la parte derecha de la ecuación 2.7 hacia el lado izquierdo y se iguala a cero se tiene,

$$[X + \tilde{X}; y + \tilde{y}] \begin{bmatrix} a \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.10)$$

Si la matriz concatenada  $[X \ y]$  tiene un rango de  $n + 1$ , las columnas  $n + 1$  de la matriz son linealmente independientes y las columnas  $n + 1$  m-dimensionales de la matriz abarcan el mismo espacio n-dimensional que  $X$ . Para tener una solución única de los coeficientes,  $a$ , la matriz  $[X + \tilde{X}; y + \tilde{y}]$  debe tener  $n$  columnas linealmente independientes. Sin embargo, esta matriz tiene  $n + 1$  columnas en total y, por lo tanto, tiene una deficiencia de rango en 1. Por esta razón, se debe encontrar la matriz más pequeña  $[\tilde{X} \ \tilde{y}]$  que cambia la matriz  $[X \ y]$  con rango  $n + 1$ , a una matriz  $\{[X \ y] + [\tilde{X} \ \tilde{y}]\}$  con rango  $n$ . De acuerdo con el teorema de Eckart-Young se puede lograr lo mencionado anteriormente definiendo  $\{[X \ y] + [\tilde{X} \ \tilde{y}]\}$  como el mejor rango  $n$  de aproximación a  $[X \ y]$  y eliminando el ultimo valor singular de  $[X \ y]$  que contiene la menor cantidad de información del sistema y proporciona una solución única.

Primero se efectúa la SVD de  $[X \ y]$ ,

$$[X \ y] = [U_x \ u_y] \begin{bmatrix} \Sigma_x & \\ & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{xx} & v_{xy} \\ v_{yx} & v_{yy} \end{bmatrix}^T \quad (2.11)$$

Donde  $U_x$  tiene  $n$  columnas,  $u_y$  es un vector columna,  $\Sigma_x$  contiene los  $n$  valores singulares más grandes en diagonal,  $\sigma_y$  es el valor singular más pequeño,  $V_{xx}$  es una matriz  $n \times n$ , y  $v_{yy}$  es escalar.

$$[X \ y] \begin{bmatrix} V_{xx} & v_{xy} \\ v_{yx} & v_{yy} \end{bmatrix} = [U_x \ u_y] \begin{bmatrix} \Sigma_x & \\ & \sigma_y \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Se igualan solo las ultimas columnas de la multiplicación de matrices de la ecuación 2.12.

$$[X \ y] \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix} = u_y \sigma_y \quad (2.13)$$

De le teorema de Eckart-Young, se sabe que  $\{[X \ y] + [\tilde{X} \ \tilde{y}]\}$  es la aproximación de rango  $n$  más cercano a  $[X \ y]$ . La matriz  $\{[X \ y] + [\tilde{X} \ \tilde{y}]\}$  tiene los mismos valores singulares contenidos en  $\Sigma_x$  con  $\sigma_y$  igual a cero. La SVD de  $\{[X \ y] + [\tilde{X} \ \tilde{y}]\}$ ,

$$[X + \tilde{X}; y + \tilde{y}] = [U_x \ u_y] \begin{bmatrix} \Sigma_x & \\ & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{xx} & v_{xy} \\ v_{yx} & v_{yy} \end{bmatrix}^T \quad (2.14)$$

Para obtener  $[\tilde{X} \ \tilde{y}]$  se debe resolver

$$[\tilde{X} \ \tilde{y}] = [X \ y] + [\tilde{X} \ \tilde{y}] - [X \ y] \quad (2.15)$$

2.15 puede resolverse usando 2.11 y 2.14,

$$\begin{aligned} [\tilde{X} \ \tilde{y}] &= -[U_x \ u_y] \begin{bmatrix} 0 & \\ & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{xx} & v_{xy} \\ v_{yx} & v_{yy} \end{bmatrix}^T = [0 \ u_y \sigma_y] \begin{bmatrix} V_{xx} & v_{xy} \\ v_{yx} & v_{yy} \end{bmatrix}^T \\ [\tilde{X} \ \tilde{y}] &= -u_y \sigma_y \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2.16)$$

La ecuación 2.16 se puede reescribir,

$$[\tilde{X} \ \tilde{y}] = -[X \ y] \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix}^T \quad (2.17)$$

Finalmente,  $\{[X \ y] + [\tilde{X} \ \tilde{y}]\}$  se puede definir como

$$[X + \tilde{X}; y + \tilde{y}] = [X \ y] - [X \ y] \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix}^T \quad (2.18)$$

Después se multiplica cada termino en 2.18 por  $\begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix}$ ,

$$[X + \tilde{X}; y + \tilde{y}] \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix} = [X \ y] \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix} - [X \ y] \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Los términos del lado derecho se cancelan,

$$[X + \tilde{X}; y + \tilde{y}] \begin{bmatrix} v_{xy} \\ v_{yy} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.19)$$

De la ecuación 2.10 y 2.19 se puede resolver para el coeficiente  $a$ .

$$a = -v_{xy}v_{yy}^{-1} \quad (2.20)$$

El vector  $v_{xy}$  son los primeros  $n$  elementos de las columnas  $n + 1th$  de la matriz singular derecha  $V$ , de  $[X \ y]$  y  $v_{yy}$  es el elemento  $n + 1th$  de las columnas  $n + 1$  de  $V$ . La mejor aproximación del modelo viene dada por

$$\hat{y} = [X + \tilde{X}]a \quad (2.21)$$

## 2.3 Método de expansión en singularidades (SEM)

El método de expansión en singularidades (SEM – *Singularity Expansion Method*) [15], fue desarrollado para describir el comportamiento global de la respuesta de un objeto excitado por una onda electromagnética. En el dominio del tiempo, esta respuesta se compone de dos partes sucesivas. La primera es la respuesta temprana (*early time*) y se debe principalmente al impulso de excitación. La duración  $T_E$  de esta respuesta temprana depende de la duración del pulso  $T_p$  y la mayor dimensión de la antena  $D$ , como  $T_E = \frac{D}{c} + T_p$  donde  $c$  es la velocidad de la luz. La segunda parte, respuesta de tiempo tardío (*late*

time), ocurre después de la respuesta temprana y se debe a la radiación de la corriente inducida propagada en la antena después de ser iluminada por la onda electromagnética. SEM permite modelar la respuesta de tiempo tardío de un objeto como una suma de decaimiento exponencial,

$$y(t) = \sum_{m=1}^M R_m e^{s_m t} \quad (2.22)$$

Donde  $y(t)$  es la respuesta,  $s_m$  es el  $m^{th}$  polo,  $R_m$  es el residuo asociado al  $m^{th}$  polo y  $M$  es el número de polos.

En el contexto del radar, SEM hace posible obtener un conjunto único de polos y residuos para cada objetivo. Además, los polos contienen información específica del objetivo. Aplicado de la misma manera en antenas, SEM permite caracterizarlas de una manera única. Otra ventaja de SEM radica en la compactación de datos. De hecho, si desde los polos y los residuos, es posible volver a las características de radiación de la antena para diferentes frecuencias, el volumen de datos necesarios para la caracterización de la antena se reduce considerablemente. Esto es particularmente interesante en el caso de antenas UWB cuya banda de frecuencia útil es grande. Es por estas diferentes razones que SEM es de interés en el campo de las antenas.

Tesche fue uno de los primeros en aplicar SEM a una antena. En [16], [17], modelo la respuesta temporal de la corriente de una antena dipolo en cortocircuito. En 1973, Barnes obtuvo formulaciones analíticas simples para describir la corriente de cortocircuito inducida en una antena dipolo iluminada por una onda electromagnética. En 1975, Van Blaricum y Mittra [18] aplicaron el algoritmo de Prony para extraer temporalmente los polos y los residuos de la corriente de una antena dipolo. Verificaron los polos obtenidos en comparación con los polos analíticos de Tesche [16] obtenidos de las ecuaciones integrales de los campos eléctricos. Tesche también modelo la respuesta de campo lejano de un dipolo utilizando SEM [19]. En [20], Michalski usa SEM para representar el circuito equivalente de banda ancha de una antena loop.

La altura efectiva permite modelar el comportamiento de una antena en los dominios de tiempo y frecuencia, lo que la convierte en un descriptor de elección para antenas UWB.

Además, los parámetros de la antena, como la ganancia y la eficiencia, se pueden expresar en términos de esta. La altura efectiva se obtiene del coeficiente de transmisión entre dos antenas. De hecho, la fórmula de Friis [21] hace posible describir el proceso de transmisión entre dos antenas, pero Shlivinski [22] propuso una nueva formulación basada en las alturas efectivas de las antenas ubicadas en el campo lejano una en comparación con la otra.

$$\frac{V_r(f)}{V_t(f)} = S_{21}(f) = \iint \frac{s\mu}{Z_0} H_r(\theta_r, \Phi_r, f) C(\theta_r, \Phi_r, \theta_t, \Phi_t, f) H_t(\theta_t, \Phi_t, f) d\Omega_t d\Omega_r \quad (2.23)$$

- $\theta_t, \Phi_t$  y  $\theta_r, \Phi_r$  son los ángulos de incidencia de las antenas de transmisión y recepción, respectivamente.
- $\Omega_t, \Omega_r$  son los ángulos sólidos en transmisión y recepción.
- $S_{21}$  es el coeficiente de transmisión entre las antenas.
- $V_r$  es el voltaje a través de la antena receptora.
- $V_t$  es el voltaje a través de la antena transmisora.
- $Z_0 = 120\pi$  es la impedancia característica de vacío.
- $\mu$  es la permeabilidad del medio de propagación.
- $H_r$  y  $H_t$  son las alturas efectivas de las antenas de recepción y transmisión respectivamente.
- $C$  es el modelo del canal que tiene en cuenta las contribuciones de los diversos caminos múltiples.

Suponiendo que las dos antenas están fijas una con respecto a la otra (libertad de dependencia angular), que están en línea de visión ( $\theta_r = \Phi_r = \theta_t = \Phi_t = 0^\circ$ ) y que el canal solo tiene en cuenta el retraso de propagación y la atenuación vinculados a la distancia entre las dos antenas ( $C = e^{-j\beta r} / 4\pi r$ ), es posible simplificar la ecuación 2.23 de modo que

$$\frac{V_r(f)}{V_t(f)} = S_{21}(f) = \frac{s\mu}{Z_0} H_r(f) H_t(f) \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \quad (2.24)$$

- $\beta = 2\pi f / c$  es la constante de propagación.
- $r$  es la distancia entre las dos antenas.

Por lo tanto, el parámetro  $S_{21}$  contiene información sobre las alturas efectivas de las dos antenas. Para obtener la altura efectiva desde una sola antena, es posible usar una antena de referencia cuya altura efectiva se conozca o que las dos antenas sean idénticas. El producto de las dos alturas efectivas viene dado por

$$H_r(f)H_t(f) = \frac{Z_0}{s\mu} 4\pi r S_{21}(f) e^{j\beta r} \quad (2.25)$$

En el caso de dos antenas idénticas, la ecuación 2.25 se convierte en

$$H_{t,r}(f) = \sqrt{\frac{Z_0}{s\mu} 4\pi r S_{21}(f) e^{j\beta r}} \quad (2.26)$$

SEM se aplica a esta señal y permite modelar la altura efectiva de la antena en función de dos parámetros: los polos y los residuos.

$$H_{t,r}(\theta_{t,r}, \Phi_{t,r}, f) = \sum_{m=1}^M \frac{R_{m,t,r}(\theta_{t,r}, \Phi_{t,r})}{s - s_m} \quad (2.27)$$



## 3. Método TLS-Cauchy

### 3.1 Introducción

El método Cauchy se basa en la aproximación de una función de transferencia de un Sistema Lineal Invariante en el Tiempo LTI en el dominio de la frecuencia a una función racional [23], [24]. Este método es una técnica bien conocida para la interpolación y extrapolación de datos utilizando una razón entre dos polinomios. Este concepto se extiende luego para extrapolar/interpoliar la respuesta de banda ancha de sistemas electromagnéticos EM utilizando datos de banda estrecha [25], [26]. Esto quiere decir que el método Cauchy puede usarse para acelerar los cálculos numéricos de parámetros (residuos y polos) relacionados con la impedancia, las corrientes y los datos de dispersión de cualquier sistema EM-LTI.

A partir de la metodología básica del método Cauchy, se pueden encontrar los polos de la respuesta EM-LTI utilizando el polinomio del denominador en el dominio de la frecuencia. Los polos extraídos de los polinomios del denominador están directamente relacionados con las características de resonancia del sistema. Por lo tanto, una metodología para encontrar los polos de un sistema es utilizar el método Cauchy en el dominio de la frecuencia. La ventaja importante del método Cauchy es que, dado el cálculo de los polos SEM en el dominio de la frecuencia, no hay necesidad de diferenciar entre la respuesta temprana y tardía del sistema.

### 3.2 Teoría

El método Cauchy supone que el sistema de interés que se va a interpolar o extrapolar se puede modelar como la relación entre dos polinomios. También debemos suponer que el sistema es EM-LTI. La función de transferencia,  $H(s)$  de cualquier sistema LTI en función de la frecuencia se puede escribir como

$$H(f_i) \approx \frac{A(f_i)}{B(f_i)} = \frac{\sum_{k=0}^P a_k f_i^k}{\sum_{k=0}^Q b_k f_i^k}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.1)$$

Los Polinomios del numerador y denominador están dados por  $A(f_i)$  y  $B(f_i)$  respectivamente. Los polos y ceros están contenidos dentro de estos polinomios. Una novedad de esta tesis es la aplicación del método Cauchy al acople entre dos antenas parabólicas en emplazamientos cercanos como la respuesta al sistema.

Para la aproximación,  $P$  es el orden del polinomio numerador y  $Q$  es el orden del polinomio denominador. Se debe hacer una "suposición" inicial para los órdenes,  $P$  y  $Q$ . La suposición inicial de  $P$  viene dada por

$$P = \frac{N-3}{2} \quad (3.2)$$

$Q$  es entonces

$$Q = P + 1 \quad (3.3)$$

Al reorganizar la ecuación 3.1 se obtiene

$$\sum_{k=0}^Q b_k f_i^k H(f_i) = \sum_{k=0}^P a_k f_i^k, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.4)$$

Los coeficientes desconocidos  $a$  y  $b$  conforman un vector columna cada uno, los polinomios  $A(f_i)$  y  $B(f_i)$  conforman una matriz cada uno obteniendo la siguiente ecuación

$$[A]_{Nx(P+1)} a_{(P+1) \times 1} = [B]_{Nx(Q+1)} b_{(Q+1) \times 1} \quad (3.5)$$

La ecuación 3.5 se puede simplificar moviendo la matriz  $[B]$  y el vector  $b$  hacia el lado izquierdo. Esto esencialmente crea un problema de espacio nulo donde el lado izquierdo de la ecuación es igual a cero y para resolver los coeficientes  $a_k$  y  $b_k$ , se debe resolver el espacio nulo del sistema (es decir  $Ax = 0$ ).

$$[A \quad -B]_{Nx(P+Q+2)} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{(P+Q+2) \times 1} = 0 \quad (3.6)$$

3.6 se puede reescribir como

$$[C]_{Nx(P+Q+2)} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{(P+Q+2) \times 1} = 0 \quad (3.7)$$

Donde los vectores  $a$  y  $b$  son

$$[a] = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_P]^T \quad (3.8)$$

$$[b] = [b_0, b_1, b_2, \dots, b_Q]^T \quad (3.9)$$

$[a]$  y  $[b]$  se escriben como vectores de columna transpuestos, denotados por el superíndice T. La matriz  $[C]$  se puede representar de la siguiente manera

$$[C] = \begin{bmatrix} \boxed{1 \quad f_1 \quad \dots \quad f_1^P} & \boxed{-H(f_1) \quad -H(f_1)f_1 \quad \dots \quad -H(f_1)f_1^Q} \\ \boxed{1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_2^P} & \boxed{-H(f_2) \quad -H(f_2)f_2 \quad \dots \quad -H(f_2)f_2^Q} \\ \vdots & \vdots \\ \boxed{1 \quad f_N \quad \dots \quad f_N^P} & \boxed{-H(f_N) \quad -H(f_N)f_N \quad \dots \quad -H(f_N)f_N^Q} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$[A] \qquad \qquad \qquad [-B]$

El tamaño de la matriz  $[C]$  es  $N \times (P + Q + 2)$ . La soluciones de los coeficientes  $[a]$  y  $[b]$  son únicas solo si el número total de puntos  $N$ , es mayor o igual que el número de coeficientes desconocidos. Esto se puede resumir como

$$N \geq P + Q + 2 \quad (3.11)$$

Con el fin de obtener una mejor estimación de los valores requeridos de  $P$  y  $Q$ , se calcula la SVD de la matriz  $[C]$ . La SVD de  $[C]$  da como resultado lo siguiente

$$[U][\Sigma][V]^H \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0 \quad (3.12)$$

La matriz  $[\Sigma]$  es la matriz diagonal y contiene los valores singulares de la matriz  $[C]$  en orden descendente.

$$[\Sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & & \\ & \sigma_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \sigma_R & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \sigma_R \geq 0 \quad (3.13)$$

Las matrices  $[U]$  y  $[V]$  son matrices unitarias al ser multiplicadas por su transpuesta hermitiana, denotada por el superíndice  $H$ , son iguales a la matriz identidad  $[I]$ .

$$[U]^H[U] = [I] \quad (3.14)$$

$$[V]^H[V] = [I] \quad (3.15)$$

Las columnas de la matriz  $[U]$  son los vectores singulares izquierdos de la matriz  $[C]$  y los vectores propios de la matriz  $[C][C]^H$ . Las columnas de la matriz  $[V]$  son los vectores singulares derechos de la matriz  $[C]$  y los vectores propios de la matriz  $[C]^H[C]$ . Los valores singulares contenidos en  $[\Sigma]$  son las raíces cuadradas de los valores propios de la matriz  $[C]^H[C]$ . Por lo tanto, los valores singulares de cualquier matriz deben ser reales y positivos. El número de valores singulares distintos de cero se utiliza finalmente para estimar el orden de la aproximación. También contienen información de la función de transferencia del sistema  $H(f)$ . El rango  $R$  de la matriz  $[C]$  corresponde al número de valores singulares distintos de cero de la matriz.

Para validar la aproximación y estimar adecuadamente el rango  $R$  de la matriz  $[C]$  y, por lo tanto, el orden de los polinomios numerador y denominador, el valor singular más pequeño debe ser menor o igual que el número de dígitos significativos exactos.  $P$  y  $Q$  pueden estimarse normalizando cada valor singular al valor singular más grande de esta manera [14]

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_{max}} \approx 10^{-w} \quad (3.16)$$

donde  $w$  es igual al número de dígitos significativos exactos. Para simplificar la interpretación de los datos de los valores singulares, se puede convertir (3.16) en la escala de  $dB$  como se muestra en la ecuación 3.17

$$10 * \log_{10} \left( \frac{\sigma_R}{\sigma_{max}} \right) (dB) \approx -10w (dB) \quad (3.17)$$

A partir del rango  $R$  de la matriz  $[C]$ ,  $P$  y  $Q$  se pueden estimar con mayor fiabilidad en presencia de ruido aditivo que podría corromper los datos. El rango  $R$  es igual al número

de valores singulares distintos de cero, la dimensión del espacio nulo derecho de  $[C]$  es igual a  $P + Q + 2 - R$ . El vector solución pertenece a este espacio nulo, por lo que para que la solución sea única, la dimensión de este espacio nulo debe establecerse en uno, de modo que solo un vector defina este espacio. Por lo tanto,  $P$  y  $Q$  deben satisfacer la siguiente relación

$$1 = P + Q + 2 - R \quad (3.18)$$

$$R + 1 = P + Q + 2 \quad (3.19)$$

Dado que  $Q = P + 1$ , se puede determinar el nuevo orden de  $P$

$$R + 1 = 2P + 3 \quad (3.20)$$

$$P = \frac{R - 2}{2} \quad (3.21)$$

3.19 y 3.21 proporcionan una mejor estimación para los parámetros  $P$  y  $Q$ . Una vez conocidos los nuevos valores de  $P$  y  $Q$ , la matriz  $[C]$  puede regenerarse utilizando la ecuación 3.10, y luego 3.7 se convierte esencialmente en un sistema de ecuaciones simultáneas. Configurando  $P$  y  $Q$  a las nuevas estimaciones de los ordenamientos polinomiales del numerador y denominados respectivamente, la matriz  $[C]$  reformada da como resultado lo siguiente

$$[C]_{Nx(P+Q+2)} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{(P+Q+2) \times 1} = [A \ -B]_{Nx(P+Q+2)} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{(P+Q+2) \times 1} = 0 \quad (3.22)$$

La matriz  $[C]$  es una matriz rectangular que debe tener igual o más filas que columnas para satisfacer 3.11.

La ecuación 3.22 puede resolverse mediante el método de mínimos cuadrados totales TLS. La submatriz  $[A]$  en 3.22 se encuentra en función de la frecuencia solamente, y no depende de los datos que se obtienen a través de las simulaciones o medidas. Por lo tanto, esta matriz no se ve afectada por errores de medición y ruido. Sin embargo, la matriz  $[B]$  contiene los datos muestreados del sistema y puede verse afectada por errores de medición y computacionales en la evaluación de la función de transferencia. Debido a la no uniformidad de ruido en la matriz  $[C]$ , se debe realizar una descomposición QR de las primeras  $P + 1$  columnas de la matriz  $[C]$ . En otras palabras, la descomposición QR solo se calcula a la submatriz  $[A]$ . Esto evita que el ruido debido a errores de medición y computación se propague a través de los cálculos y corrompa la interpolación o extrapolación. La descomposición QR de la submatriz  $[A]$  se ilustra a continuación.

$$[A] = [Q][R] \quad (3.23)$$

La matriz  $[Q]$  es una matriz ortogonal  $n \times n$  y la matriz  $[R]$  es una matriz triangular superior  $n \times m$ .

Aplicando 3.23 a 3.22

$$[A \ -B] = [Q]^T [A \ -B] = [R \ -Q^T B] \quad (3.24)$$

$$\begin{bmatrix} R & -Q^T B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0 \quad (3.25)$$

La submatriz  $[R_{11}]$  es una matriz triangular superior que contiene solo valores que resultan en la multiplicación matricial de  $[Q]^T$  y  $[A]$ . Las submatrices  $[R_{12}]$  y  $[R_{22}]$  contienen valores que resultan en la multiplicación matricial de  $-[Q]^T$  y  $[B]$ , por lo que se ven afectados por cualquier ruido resultante de la medición o error computacional. A partir de 3.25 se obtiene las siguientes ecuaciones con el fin de obtener los coeficientes  $a$  y  $b$ , y luego calcular los polinomios resultantes para completar la interpolación o extrapolación.

$$[R_{11}][a] + [R_{12}][b] = 0 \quad (3.26)$$

$$[R_{22}][b] = 0 \quad (3.27)$$

Para resolver  $[b]$  en 3.27, se debe aplicar SVD a la submatriz  $[R_{22}]$

$$[U'][\Sigma'][V']^H[b] = 0 \quad (3.28)$$

Según la teoría de TLS, el vector de solución  $[b]$  es proporcional a la última columna de la matriz  $[V']$  en 3.28 como se ilustra a continuación.

$$[b] = [V']_{Q+1} \quad (3.29)$$

Una vez que se encuentran los valores de  $b$ , 3.26 se organiza para resolver  $a$

$$[a] = -[R_{11}]^{-1}[R_{12}][b] \quad (3.30)$$

Con los coeficientes  $a$  y  $b$  determinados, se encuentra la solución óptima de los polinomios del numerador y denominador. La función de transferencia  $H(f)$  puede reescribirse usando los coeficientes recién calculados

$$H(f) \approx \frac{A(f)}{B(f)} = \frac{\sum_{k=0}^P a_k f^k}{\sum_{k=0}^Q b_k f^k} \approx \sum_{m=1}^M \left( \frac{R_m}{f - \left( \frac{\sigma_m}{j2\pi} + f_m \right)} + \frac{R_m^*}{f - \left( \frac{\sigma_m}{j2\pi} - f_m \right)} \right) \quad (3.31)$$

Donde  $R_m$  es el residuo,  $R_m^*$  es el complejo conjugado de  $R_m$ ,  $\sigma_m$  es el factor de amortiguamiento y  $f_m$  es la frecuencia del  $m$ -ésimo polo.

### 3.3 Extracción de coeficientes usando el método Cauchy

En esta sección se ilustra el proceso de implementación del método Cauchy con el fin de extraer los polos y residuos del parámetro  $S$  de transmisión entre dos antenas parabólicas. Se ilustra el proceso usando como ejemplo tres escenarios de simulación (Figura 3.1)

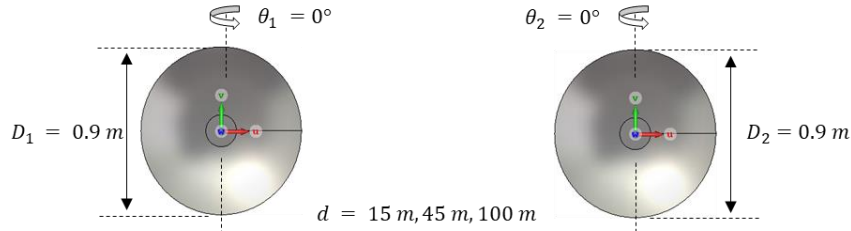


Figura 3.1. Escenarios de Simulación.

Los escenarios usados para ilustrar el proceso de implementación del método Cauchy están constituido por dos antenas parabólicas de 0.9 m de diámetro, separadas 15 m, 45 m y 100 m, ángulo de rotación de  $0^\circ$  y polarización vertical para las dos antenas.

En principio se genera una función de transferencia del sistema usando una relación de dos polinomios, en este caso al variar la distancia o cualquier otro parámetro de los antes mencionados se producirá una respuesta del sistema diferente que describe el enlace de comunicación entre las dos antenas. Este enlace es descrito por el parámetro de transmisión  $S_{21}$  del cual se puede extraer la función de transferencia del sistema (sección 1.3) (ecuación 3.32).

$$H(f_i) = S_{21}(f_i) \approx \frac{A(f_i)}{B(f_i)} = \frac{\sum_{k=0}^P a_k f_i^k}{\sum_{k=0}^Q b_k f_i^k}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.32)$$

Los parámetros  $S_{21}$  obtenidos como la respuesta al sistema a partir de simulaciones de onda completa son diferentes para cada distancia como lo muestra la Figura 3.2. Esto quiere decir, que para el caso que se está evaluando (figura 3.1) existen tres diferentes funciones de transferencia  $H_{15m}(f)$ ,  $H_{45m}(f)$  y  $H_{100m}(f)$ , una para cada distancia.

Cada simulación es realizada con 100 puntos en frecuencia en el rango de 5.8 a 7.2 GHz. En el siguiente ejemplo se describe el proceso de reconstrucción de la respuesta al sistema (parámetro  $S_{21}$ ) para cada distancia mediante el método de Cauchy utilizando un número inferior de muestras.

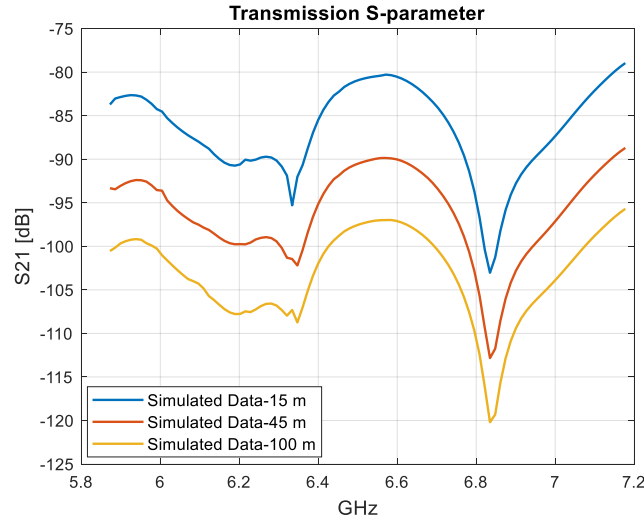


Figura 3.2. Curvas de los parámetros de transmisión  $S_{21}$  en función de la frecuencia entre dos antenas parabólicas separadas 15 m (azul), 45 m (naranja) y 100 m (amarillo).

**Paso 1.** El primer paso es elegir el número de muestras que se utilizarán en la reconstrucción. Se elige 33 muestras entre las 100 muestras totales,  $N = 33$ .

**Paso 2.** A continuación, se determinan los órdenes óptimos de los polinomios del numerador y denominador. Se determina que  $P = 15$  usando la ecuación 3.2.  $Q$  es por lo tanto igual a 16 ya que  $Q$  es igual a  $P + 1$ . Posterior a esto, se puede generar la matriz  $[C]$ .

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & f_1 & \cdots & f_1^{15} & -S_{21}(f_1) & -S_{21}(f_1)f_1 & \cdots & -S_{21}(f_1)f_1^{16} \\ 1 & f_2 & \cdots & f_2^{15} & -S_{21}(f_2) & -S_{21}(f_2)f_2 & \cdots & -S_{21}(f_2)f_2^{16} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & f_{33} & \cdots & f_{33}^{15} & -S_{21}(f_{33}) & -S_{21}(f_{33})f_{33} & \cdots & -S_{21}(f_{33})f_{33}^{16} \end{bmatrix}_{33 \times 33}$$

$[A]$ 
 $[-B]$

El tamaño de la matriz  $[C]$  es  $N \times (P + Q + 2)$ ,  $33 \times 33$  en este caso. Para reducir el tamaño de la matriz  $[C]$  y encontrar los valores óptimos de  $P$  y  $Q$  se calcula la SVD de la matriz  $[C]$ . El rango  $R$  de la matriz puede estimarse normalizando cada valor singular al valor singular más grande mediante la ecuación 3.16

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_{max}} \approx 10^{-17}$$

donde 17 es el número de dígitos significativos de los datos extraídos de las simulaciones. El número de valores singulares distintos de cero es igual a 17, por lo tanto, el rango  $R$  óptimo de la matriz  $[C]$  también es igual a 17. Usando la ecuación 3.21 se calcula el nuevo del orden del numerador  $P$ . El nuevo valor de  $P$  es 8 redondeando al entero más cercano. El nuevo valor óptimo de  $Q$  es 9.

Paso 3. La matriz  $[C]$  es regenerada con los nuevos valores óptimos de  $P$  y  $Q$ .

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & f_1 & \cdots & f_1^8 & -s_{21}(f_1) & -s_{21}(f_1)f_1 & \cdots & -s_{21}(f_1)f_1^9 \\ 1 & f_2 & \cdots & f_2^8 & -s_{21}(f_2) & -s_{21}(f_2)f_2 & \cdots & -s_{21}(f_2)f_2^9 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & f_{33} & \cdots & f_{33}^8 & -s_{21}(f_{33}) & -s_{21}(f_{33})f_{33} & \cdots & -s_{21}(f_{33})f_{33}^9 \end{bmatrix}_{33 \times 19}$$

$[A]$ 
 $[-B]$

El tamaño de la matriz  $[C]$  se redujo de  $33 \times 33$  a  $33 \times 19$  después de calcular los órdenes óptimos de  $P$  y  $Q$  usando la SVD. Los coeficientes  $a$  y  $b$  se resuelven usando la ecuación 3.22 y el método TLS. Primero, se realiza la descomposición QR de la submatriz  $[A]$ . Como se discutió en la sección anterior, la submatriz  $[A]$  es solo una función del espacio y no incluye ruido debido a errores computacionales. La matriz  $[A - B]$  se puede reconstruir usando las ecuaciones 3.23 a 3.25,

$$[[A]_{33 \times 9} \quad -[B]_{33 \times 10}]_{33 \times 19} = \begin{bmatrix} [R_{11}]_{9 \times 9} & [R_{12}]_{9 \times 10} \\ [0]_{24 \times 9} & [R_{22}]_{24 \times 10} \end{bmatrix}_{33 \times 19}$$

La SVD de la submatriz  $[R_{22}]$  se calcula para resolver la ecuación 3.27 dando como resultado la ecuación 3.28. A través del método TLS aplicado a 3.29, se determina que el vector de solución  $[b]$  es proporcional a la última columna de la matriz  $[V']$  de la SVD resultante de la submatriz  $[R_{22}]$

$$[b] = [V']_{Q|_9+1}$$

$$[b]_{10 \times 1} = [V']_{10}$$

Una vez conocido el vector  $[b]$ , se usa la ecuación 3.30 para encontrar la solución del vector  $[a]$ .

$$[a]_{9 \times 1} = -[R_{11}]_{9 \times 9}^{-1} [R_{12}]_{9 \times 10} [b]_{10 \times 1}$$

Paso 4. Se estiman los polos y residuos en base a los coeficientes calculados de los polinomios del numerador y denominador, y a su vez, la función de transferencia como lo ilustra la ecuación 3.32.

$$H(f) = s_{21}(f) \approx \frac{A(f)}{B(f)} = \frac{\sum_{k=0}^8 a_k f^k}{\sum_{k=0}^9 b_k f^k} \approx \sum_{m=1}^9 \left( \frac{R_m}{f - \left( \frac{\sigma_m}{j2\pi} + f_m \right)} + \frac{R_m^*}{f - \left( \frac{\sigma_m}{j2\pi} - f_m \right)} \right)$$

La Figura 3.3 ilustra la comparación entre los parámetros  $s_{21}$  obtenidos como la respuesta al sistema a partir de simulaciones y la respuesta al sistema estimada utilizando el método Cauchy. Este procedimiento se efectúa para las tres distancias.



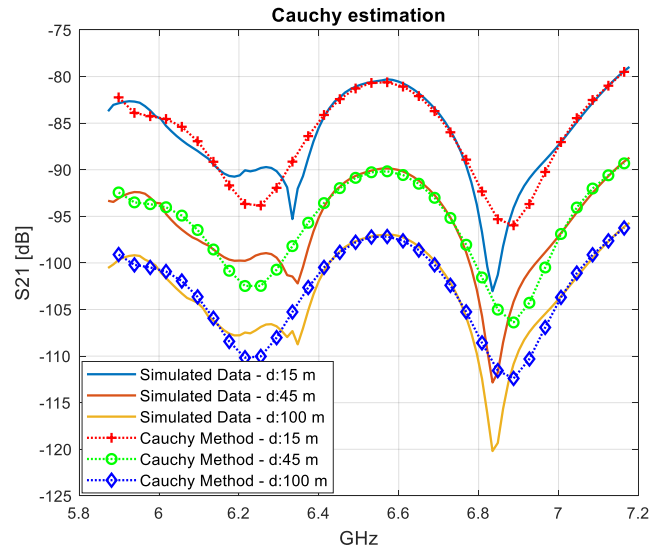


Figura 3.3. Comparación de los parámetros  $S_{21}$  obtenidos a partir de simulaciones y los estimados utilizando el método Cauchy.

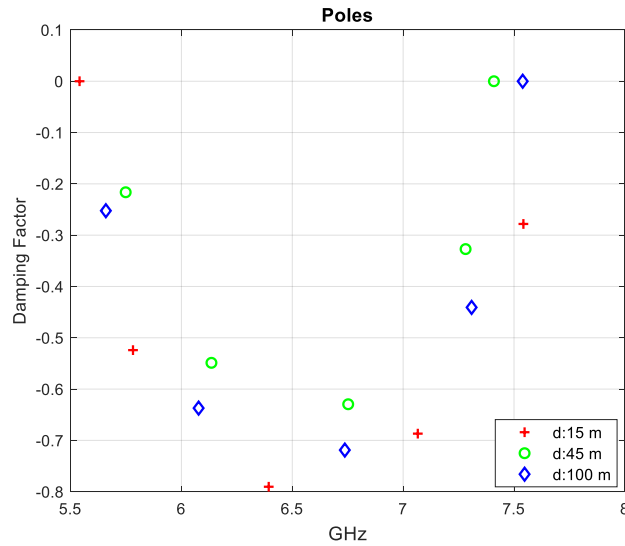


Figura 3.4. Polos extraídos de los parámetros de transmisión  $S_{21}$  (*simulados*) y usados en la reconstrucción de la respuesta al sistema mediante el método Cauchy.

En la Figura 3.4 se ilustra el comportamiento de los polos en función de la frecuencia. Estos son extraídos de los coeficientes de transmisión  $S_{21}$  de cada escenario de simulación y usados para reconstruir la respuesta al sistema (figura 3.3). El procedimiento de extracción de resonancias y reconstrucción de la respuesta al sistema se realiza mediante el método Cauchy.

El desempeño de la reconstrucción utilizando el método Cauchy se puede cuantificar calculando el coeficiente de determinación *R-square*. El coeficiente determina la calidad

del modelo, siendo el cuadrado de la correlación entre los valores de respuesta y los valores de respuesta pronosticados.

$$Rsquare = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (3.33)$$

Donde,

$$SSE = \sum_{i=1}^N (H_i - \widehat{H}_i)^2 \quad (3.34)$$

$$SST = \sum_{i=1}^N (H_i - \overline{H}_i)^2 \quad (3.35)$$

- SSE, suma de cuadrados debido a el error.
- SST, suma total de cuadrados.
- $\widehat{H}_i$ , datos estimados.
- $\overline{H}_i$ , datos de respuesta.

El coeficiente de determinación *R-square* es de 0.9429, 0.9474, 0.9578 para cada escenario donde las distancias entre las dos antenas de 15 m, 45 m, y 100 m respectivamente. El cálculo del coeficiente de determinación es susceptible al número de muestras *N*. Estos resultados muestran la efectividad del método Cauchy para estimar una función de transferencia con pocas muestras.

## 4. Identificación del modelo

El objetivo de la teoría de identificación es, partiendo de un conjunto de observaciones y del modelo matemático de un sistema, proveer una aproximación sistemática para ajustar el modelo, eliminando la distorsión tanto como sea posible. El procedimiento de identificación de sistemas incluye: selección de un modelo adecuado (Método TLS-Cauchy), validación y ajuste del modelo seleccionado a los datos de referencia y conclusión (Figura 4.1).

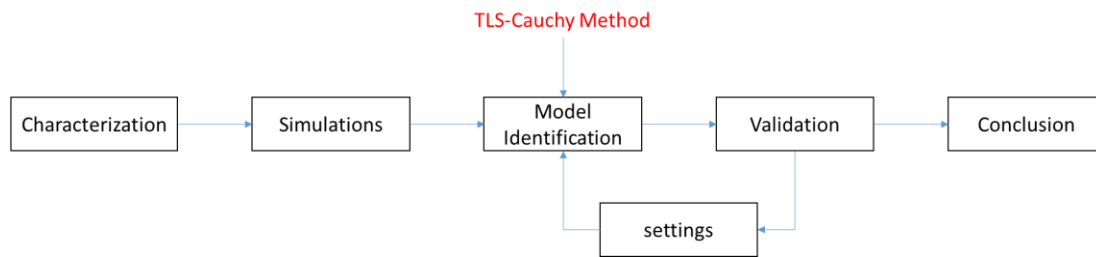


Figura 4.1. Etapas de la metodología de identificación y validación del modelo del sistema.

La metodología implementada es la propuesta por Pintenlon & Schoukens [27], para la identificación de la función de transferencia en el dominio de la frecuencia de sistemas lineales invariantes en el tiempo LTI de múltiple entrada – una sola salida (MISO – multiple input, single output).

El sistema modelado está constituido por dos antenas parabólicas y la geometría del emplazamiento (*Escenarios de simulación*).

Las entradas del sistema; acimut, distancia entre las antenas y polarización, están contenidas en un vector de entrada  $[X]$ . Estos parámetros son definidos en el *Análisis de sensibilidad*, ya que, predominan en el comportamiento del canal (acople) entre las antenas.

La salida del sistema  $Y(f) = P_o(f)/P_i(f)$ , está definida como el aislamiento entre las antenas, siendo el cociente entre la potencia recibida en la antena interferida  $P_o(f)$  y la potencia emitida por la antena interferente  $P_i(f)$ .

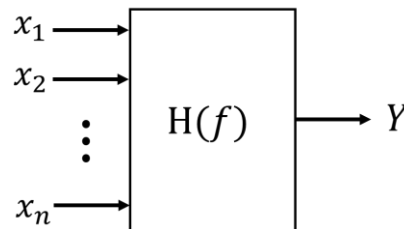


Figura 4.2. modelo del sistema bajo consideración, como un sistema con múltiples entradas una salida (MISO) en el dominio de la frecuencia.

La función de transferencia de este sistema es también un vector  $[H]$  que contiene las relaciones o aportes de cada una de las entradas en la salida del sistema (Figura 4.2).

## 4.1 Modelo paramétrico

El modelo paramétrico puede ser construido siguiendo diversos enfoques, dependiendo de qué tipo de información esté disponible en el sistema original. Estos enfoques conducen a diferentes “flujos”, concebidos como una secuencia de pasos bien definidos que conducen al modelo final.

### 4.1.1 Modelo a partir de datos simulados

La figura 4.3 ilustra un diagrama de flujo del modelo basado en respuestas calculas por simulaciones de onda completa. En el cual, el punto de partida es el conocimiento detallado de la geometría del sistema bajo estudio y las propiedades eléctricas de los materiales que conforman dicho sistema, en este caso las dos antenas parabólicas (reflector y alimentador). El simulador de onda completa (CST Microwave Studio) discretiza la estructura y extrae la respuesta al sistema usando el MoM (*Caracterización y definición de escenarios*). Esta respuesta al sistema (parámetro  $S_{21}$ ) en el dominio de la frecuencia es modelada como la relación entre dos polinomios usando el método Cauchy, con el propósito de extraer polos y residuos de dicha respuesta, creando una librería de estos parámetros y así construir un modelo paramétrico que determine el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas en emplazamientos próximos.

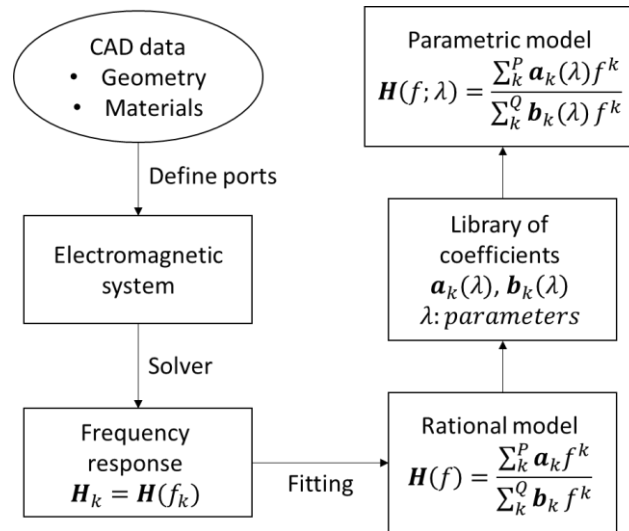


Figura 4.3. Diagrama de flujo del modelo basado en respuestas calculas por simulaciones de onda completa [28].

### 4.1.2 Modelo racional

Uno de los principales objetivos de la teoría de sistemas consiste en establecer las relaciones entre las señales de entrada y las señales de salida [4]. La función de transferencia permite conocer a priori el tipo de comportamiento y respuesta del sistema estudiado. La función de transferencia  $H(s)$  se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la señal de salida  $Y(s)$  y la transformada de Laplace de la señal de entrada  $X(s)$ .

Función racional  $H(s)$  descrita como la razón de dos polinomios,

$$H(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_Ps^P}{1 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_Qs^Q} \quad (4.1)$$

Representación polo-residuo

$$H(s) = r_0 + \frac{r_1}{s - p_1} + \frac{r_2}{s - p_2} + \dots + \frac{r_m}{s - p_m} \quad (4.2)$$

Donde  $r_m$  son los residuos y  $p_m$  son los polos,  $m$  numero de polos.

Implementando el *Método TLS-Cauchy* se obtiene,

$$H(f) \approx \frac{A(f)}{B(f)} = \frac{\sum_{k=0}^P a_k f^k}{\sum_{k=0}^Q b_k f^k} \approx \sum_{m=1}^M \left( \frac{R_m}{f - \left( \frac{\sigma_m}{j2\pi} + f_m \right)} + \frac{R_m^*}{f - \left( \frac{\sigma_m}{j2\pi} - f_m \right)} \right) \quad (4.3)$$

### 4.1.3 Parametrización del modelo

Para el caso de estudio, se busca establecer la función de transferencia que modele el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas en emplazamientos próximos relacionando el acople entre estas y los parámetros de entrada,

$$H(f; \lambda) \approx \frac{A(f; \lambda)}{B(f; \lambda)} = \frac{\sum_{k=0}^P a_k(\lambda) f^k}{\sum_{k=0}^Q b_k(\lambda) f^k} \approx \sum_{m=1}^M \left( \frac{R_m(\lambda)}{f - \left( \frac{\sigma_m(\lambda)}{j2\pi} + f_m \right)} + \frac{R_m^*(\lambda)}{f - \left( \frac{\sigma_m(\lambda)}{j2\pi} - f_m \right)} \right) \quad (4.4)$$

Donde  $\lambda$  en el conjunto de parámetros de entrada; distancia entre las antenas, acimut y polarización.

El modelo paramétrico es alimentado por la librería de polos y residuos extraídos de la respuesta al sistema resultante (parámetro  $S_{21}$ ) de cada escenario de simulación.



## 5. Resultados numéricos

### 5.1 Extracción de coeficientes usando el método Wd-Cauchy

En este apartado se retoma la implementación del método Cauchy abordada en la 3.3 con el propósito de mejorar la reconstrucción de los parámetros de transmisión  $S_{21}$ .

En este caso, la respuesta al sistema obtenida en cada simulación es dividida en tres ventanas (figura 5.1), con el objetivo de muestrear cada parámetro  $S_{21}$  en segmentos de frecuencia inferiores al ancho de banda y así lograr una reconstrucción más precisa al implementar el método Cauchy sobre cada segmento.

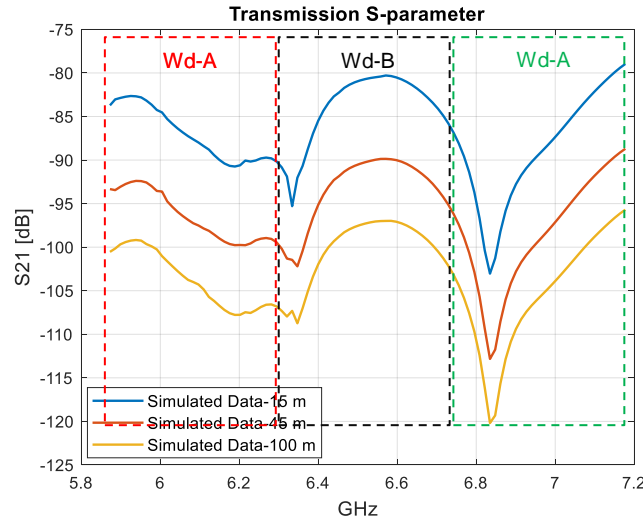


Figura 5.1. Partición en tres ventanas de los parámetros de transmisión  $S_{21}$  en función de la frecuencia entre dos antenas parabólicas separadas 15 m (azul), 45 m (naranja) y 100 m (amarillo).

**Paso 1.** El primer paso es dividir la respuesta al sistema en tres segmentos de frecuencia ( $Wd - A, Wd - B, Wd - C$ ). Cada segmento tiene 33 muestras de las cuales se eligen 11 para ser usadas en la reconstrucción,  $N_A = N_B = N_C = 11$ .

**Paso 2.** A continuación, se determinan los órdenes óptimos de los polinomios del numerador y denominador para cada segmento. Se determina que  $P = 4$  usando la ecuación 3.2.  $Q$  es por lo tanto igual a 5 ya que  $Q$  es igual a  $P + 1$ . Posterior a esto, se puede generar la matriz  $[C]$ .

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & f_1 & \cdots & f_1^4 & -S_{21}(f_1) & -S_{21}(f_1)f_1 & \cdots & -S_{21}(f_1)f_1^5 \\ 1 & f_2 & \cdots & f_2^4 & -S_{21}(f_2) & -S_{21}(f_2)f_2 & \cdots & -S_{21}(f_2)f_2^5 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & f_{11} & \cdots & f_{11}^4 & -S_{21}(f_{11}) & -S_{21}(f_{11})f_{11} & \cdots & -S_{21}(f_{11})f_{11}^5 \end{bmatrix}_{11 \times 11}$$

[A]
[-B]

El tamaño de la matriz  $[C]$  para cada segmento es  $N \times (P + Q + 2)$ ,  $11 \times 11$ . Para reducir el tamaño de la matriz  $[C]$  y encontrar los valores óptimos de  $P$  y  $Q$  se calcula la SVD de la matriz  $[C]$ .

**Paso 3.** La matriz  $[C]$  para cada segmento es regenerada con los nuevos valores óptimos de  $P$  y  $Q$ . El tamaño de la matriz  $[C]$  de cada segmento se mantiene de  $11 \times 11$  después de calcular los órdenes óptimos de  $P$  y  $Q$  usando la SVD. Los coeficientes  $a$  y  $b$  se resuelven usando la ecuación 3.22 y el método TLS.

**Paso 4.** Se estiman los polos y residuos en base a los coeficientes calculados de los polinomios del numerador y denominador de cada segmento, y a su vez, la función de transferencia para cada segmento  $H_A(f)$ ,  $H_B(f)$  y  $H_C(f)$ , como lo ilustra la ecuación 3.32.

La Figura 5.2 ilustra la comparación entre los parámetros  $S_{21}$  obtenidos como la respuesta al sistema a partir de simulaciones y la respuesta al sistema estimada utilizando el método Cauchy por ventanas. Este procedimiento se efectúa para las tres distancias.

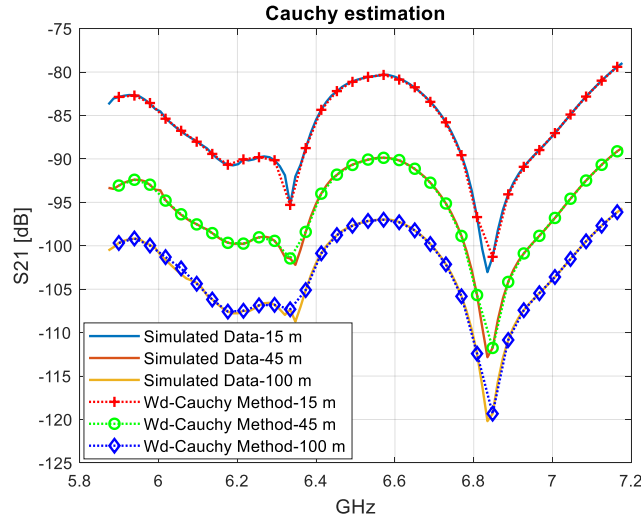


Figura 5.2. Comparación de los parámetros  $S_{21}$  obtenidos a partir de simulaciones y los estimados utilizando el método Cauchy y la división en tres ventanas.

En la figura 5.3 se ilustra la comparación entre la implementación del método Cauchy tomando una sola ventana igual al rango de frecuencias de operación y el método implementado dividiendo este rango en tres segmentos de frecuencia.



Simulation Scenario	Cauchy Method <i>R-square</i>	Wd - Cauchy Method <i>R-square</i>
15 m	0.9429	0.9998
45 m	0.9474	0.9999
100 m	0.9578	0.9981

Tabla 5.1. Coeficiente de determinación para el método Cauchy directo y por segmentos.

Al calcular el coeficiente de determinación *R-square* al resultado obtenido aplicando el método Cauchy por ventanas se obtiene 0.9998, 0.9999, 0.9981 para cada escenario donde las distancias entre las dos antenas de 15 m, 45 m, y 100 m respectivamente. Estos resultados muestran la efectividad del método Cauchy por ventanas para estimar una función de transferencia (Tabla 5.1).

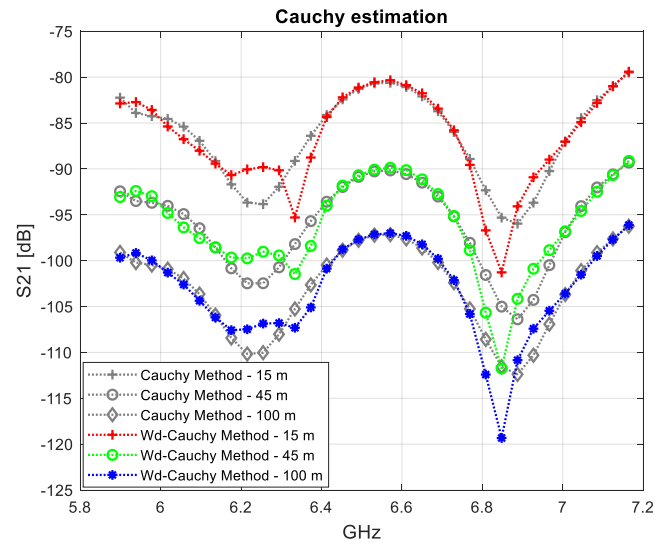


Figura 5.3. Comparación de la reconstrucción de la respuesta al impulso del sistema aplicado el método Cauchy por segmentos y el método Cauchy directo.

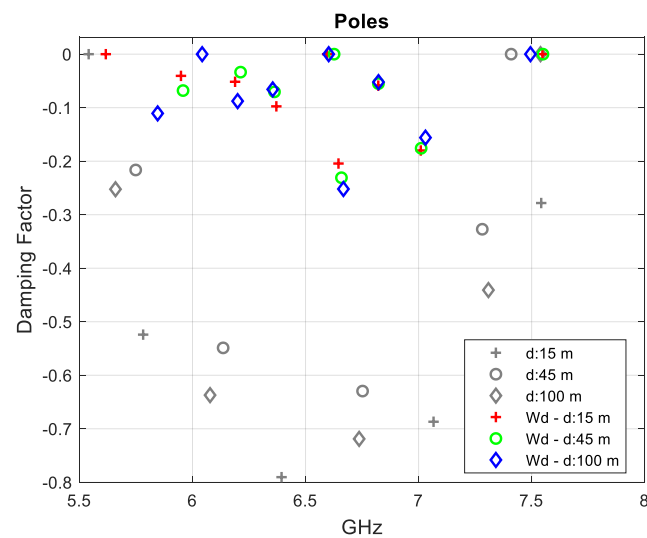


Figura 5.4. Comparación del comportamiento de los polos extraídos de los parámetros de transmisión  $S_{21}$  aplicando el método Cauchy por segmentos y el método Cauchy directo.

En la Figura 5.4 se compara el comportamiento de los polos entre la implementación del método Cauchy tomando una sola ventana igual al rango de frecuencias de operación y el método implementado dividiendo este rango en tres segmentos de frecuencia. Al implementar el método Cauchy por ventanas los polos para los tres escenarios tienden a comportarse de forma similar, presentando mínimas diferencias tanto en su posición en frecuencia como en el factor de amortiguamiento.

## 5.2 Implementación modelo paramétrico

En este apartado, se aborda el procedimiento de implementación del modelo paramétrico alimentado por la librería de coeficientes  $a_k, b_k$  (polos y residuos) extraídos de la respuesta al sistema de cada escenario de simulación aplicando el método Cauchy por ventanas (Wd-Cauchy) como se explicó en la 5.1.

$$H(f; \lambda) \approx \frac{A(f; \lambda)}{B(f; \lambda)} = \frac{\sum_{k=0}^P a_k(\lambda) f^k}{\sum_{k=0}^Q b_k(\lambda) f^k} \approx \sum_{m=1}^M \left( \frac{R_m(\lambda)}{f - \left( \frac{\sigma_m(\lambda)}{j2\pi} + f_m \right)} + \frac{R_m^*(\lambda)}{f - \left( \frac{\sigma_m(\lambda)}{j2\pi} - f_m \right)} \right) \quad (5.1)$$

Los coeficientes  $a_k(\lambda)$  y  $b_k(\lambda)$ , extraídos de todas las simulaciones buscan establecer una función de transferencia que modele el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas en emplazamientos próximos relacionando el acople entre estas y los parámetros de entrada  $\lambda$ : distancia entre las antenas, acimut y polarización (ecuación 5.1).

A continuación, se describe el proceso de implementación del modelo paramétrico:

**Paso 1:** Se extraen los coeficientes  $a_k(\lambda), b_k(\lambda)$  de la respuesta al sistema para cada escenario de simulación aplicando el método Cauchy por ventanas.

**Paso 2:** El conjunto de datos forma una nube de puntos en el espacio tridimensional  $R^3$  para cada coeficiente  $a_k(\lambda), b_k(\lambda)$ .

**Paso 3:** Se ajusta una superficie a esta nube de puntos mediante *biharmonic spline interpolation* [29], el cual se encuentra implementado en *curve fitting toolbox* de Matlab. Se realiza una comparación entre diferentes métodos de interpolación y ajuste de superficies, siendo el mencionado anteriormente el que mejores resultados proporciona.

Es importante resaltar que al aplicar el método de Cauchy por ventanas se obtienen 15 polos para cada escenario de simulación lo que determina el número de coeficientes  $a_k, b_k$ . Esto quiere decir, que cada ventana tiene 5 polos ( $P_{Wd_A} = P_{Wd_B} = P_{Wd_C} = 5$ ), por consiguiente cada ventana tiene  $a_5$  y  $b_6$  coeficientes. De esta forma, se obtiene un número total de coeficientes  $a_{15}$  y  $b_{18}$ . El número de polos lo determina el número de muestras que se toma de la respuesta al sistema, en este caso  $N_A = N_B = N_C = 11$  por segmento, o 33 muestras en total.

La Figura 5.5 y la Figura 5.6 ilustran el resultado de aplicar *biharmonic spline interpolation* sobre el conjunto de datos determinado para cada coeficiente. El método de interpolación es aplicado sobre segmentos del conjunto de datos (nube de puntos) con el propósito de obtener una mayor resolución y así incrementar el desempeño del modelo paramétrico. Las superficies ilustradas en la Figura 5.5 y Figura 5.6 son las implementadas en el caso de estudio *Emplazamiento: Torre de comunicaciones*.

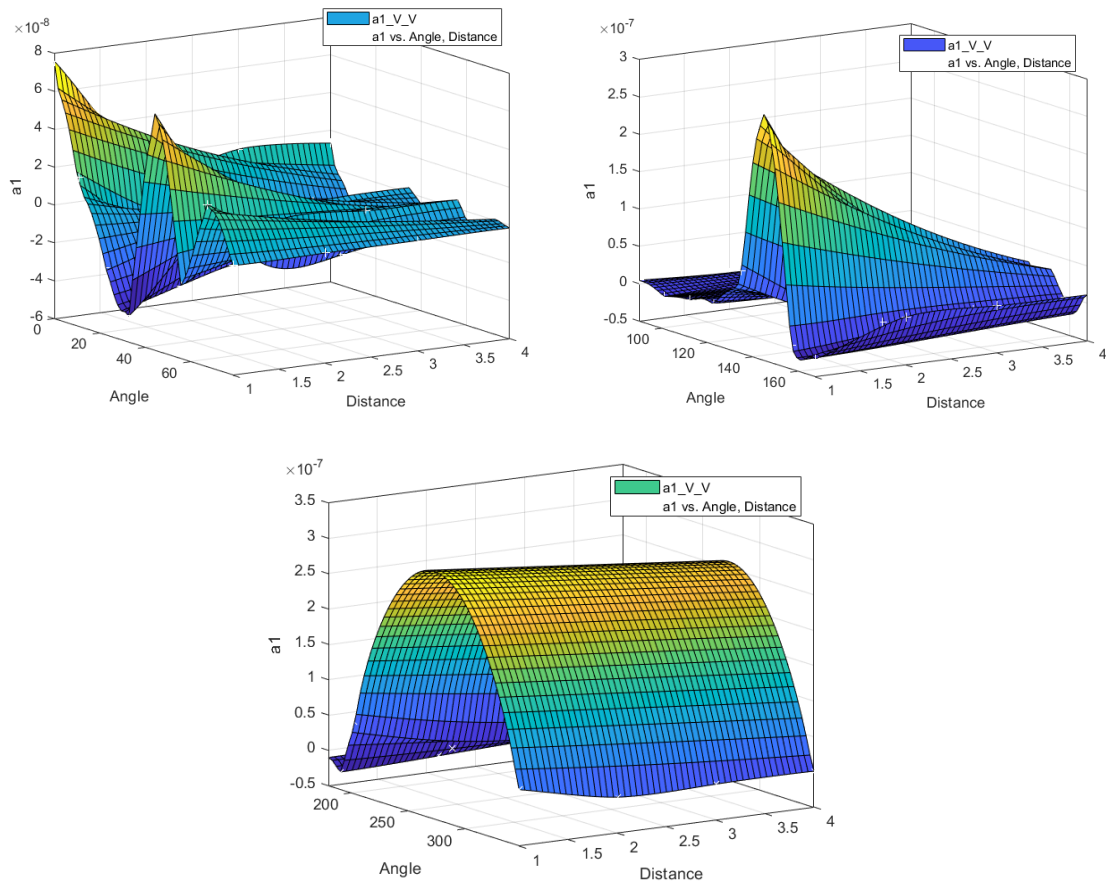


Figura 5.5. Superficies obtenidas para el coeficiente  $a_1$  al aplicar *biharmonic spline interpolation* sobre el conjunto de datos.

**Paso 4:** Se determinan valores para los parámetros de entrada  $\lambda$ , que no se encuentren contemplados en el conjunto de escenarios de simulación, con el propósito de determinar el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas en emplazamientos cercanos para nuevas configuraciones de estos parámetros. Con estos nuevos parámetros se determinan nuevos coeficientes  $a_k(\lambda)$ ,  $b_k(\lambda)$ , interpolando en cada una de las superficies  $a_{15}$  y  $b_{18}$ .

**Paso 5:** Posterior al cálculo de todos los coeficientes se obtienen los polos y los residuos con los que se reconstruye la respuesta al sistema haciendo uso de la ecuación 5.1.

**Paso 6:** Por último, se valida la reconstrucción de la respuesta al sistema contrastándola con una simulación que incluya los nuevos parámetros (Ver: *Validación del modelo paramétrico*).

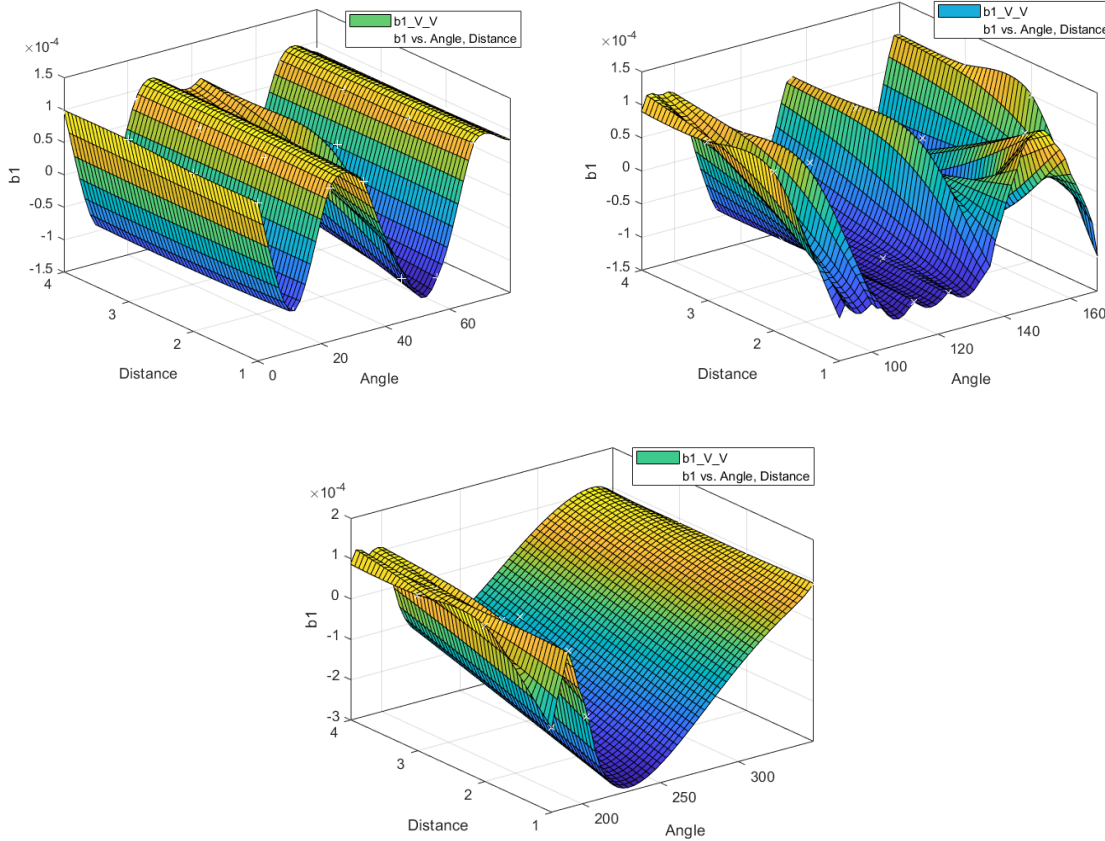


Figura 5.6. Superficies obtenidas para el coeficiente  $b_1$  al aplicar *biharmonic spline interpolation* sobre el conjunto de datos.

### 5.3 Validación del modelo paramétrico

En este apartado se dan a conocer los resultados de validación del modelo paramétrico mediante nuevas simulaciones.

La respuesta al sistema (parámetro  $S_{21}$ ) obtenida a través de la implementación del modelo paramétrico basado en el método Cauchy por ventanas, es contrastada con la respuesta al sistema derivada de una simulación de validación, en la cual se incluyen parámetros no contemplados en los escenarios de simulación.

La validación de modelo se determinó por dos casos; Cuando las antenas se encuentran en la misma torre de comunicaciones y cuando las antenas se encuentran en torres diferentes.

### 5.3.1 Emplazamiento: Torre de comunicaciones

En este caso se estudia el comportamiento del canal cuando las dos antenas se encuentran en la misma torre de comunicaciones. Para este escenario, se considera una separación máxima entre las antenas de 4 metros y un ángulo de rotación de  $348^\circ$  a  $120^\circ$  restringido por la estructura (Figura 5.7), esta información fue suministrada por la ANE.

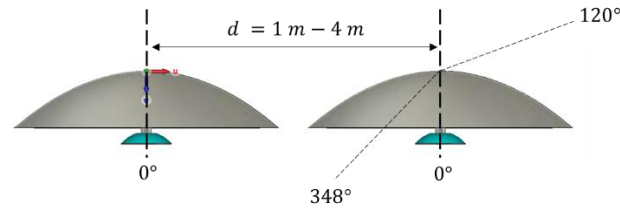


Figura 5.7. Escenario: Antenas sobre la misma torre de comunicaciones.

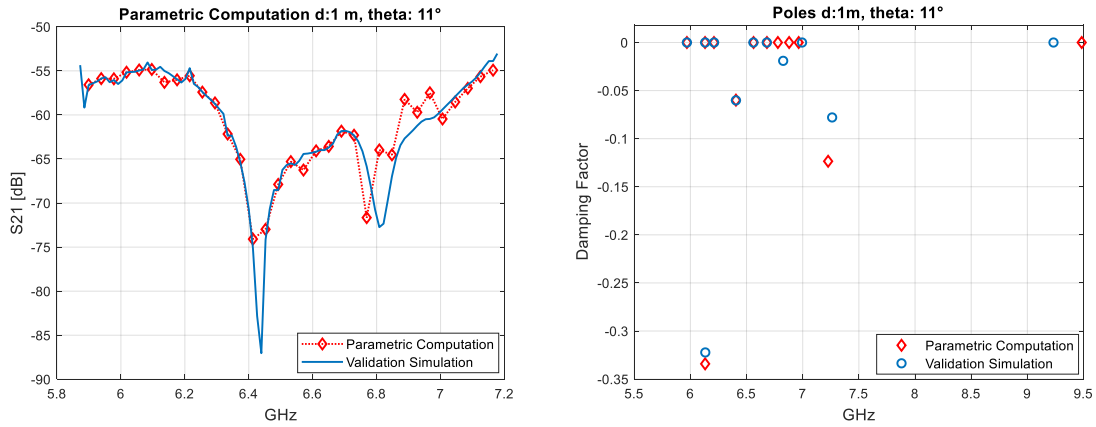


Figura 5.8. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 1 m, acimut:  $11^\circ$ .

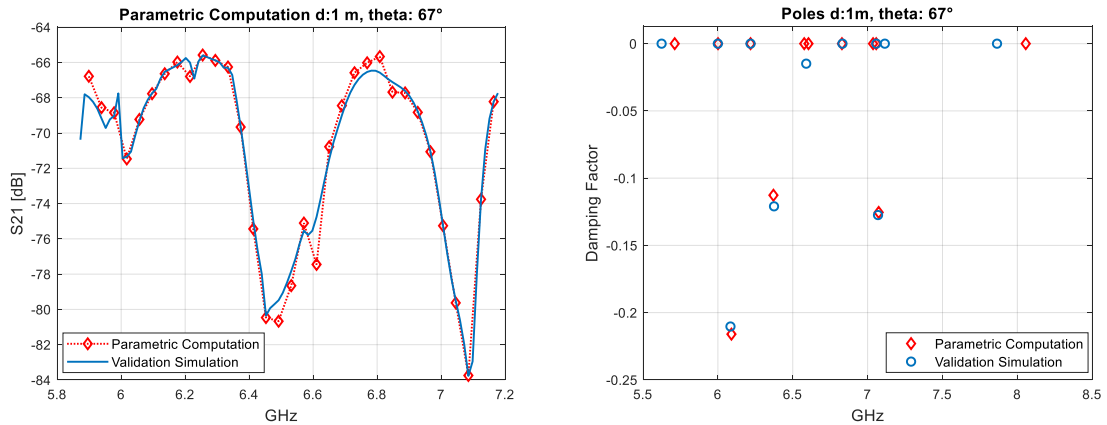


Figura 5.9. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 1 m, acimut:  $67^\circ$ .

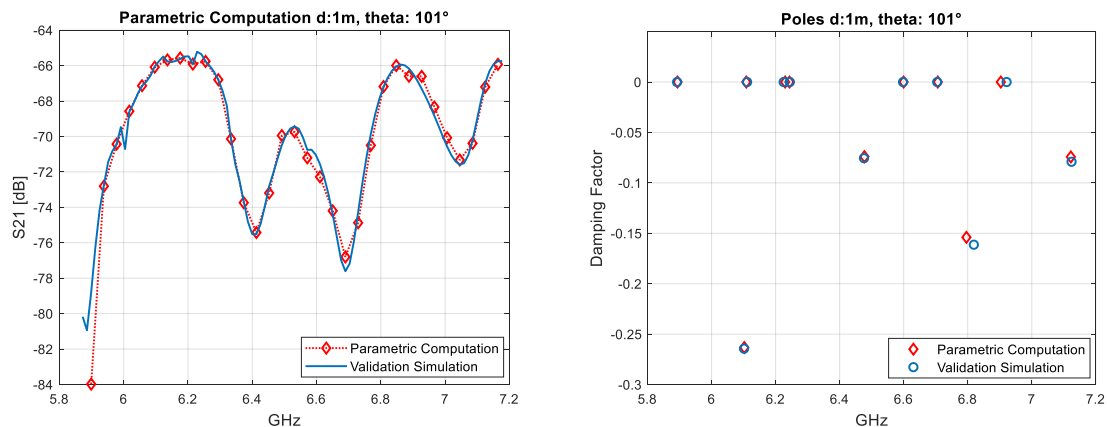


Figura 5.10. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 1 m, acimut: 101°.

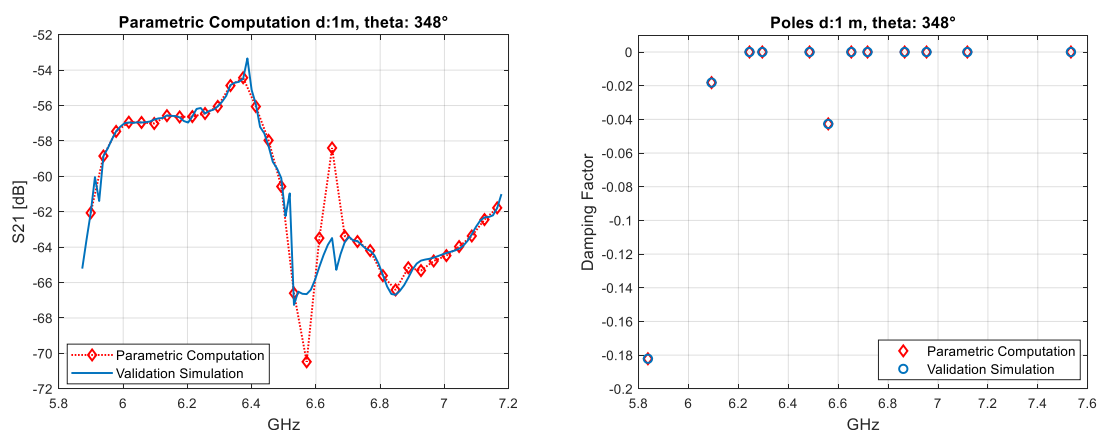


Figura 5.11. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 1 m, acimut: 348°.

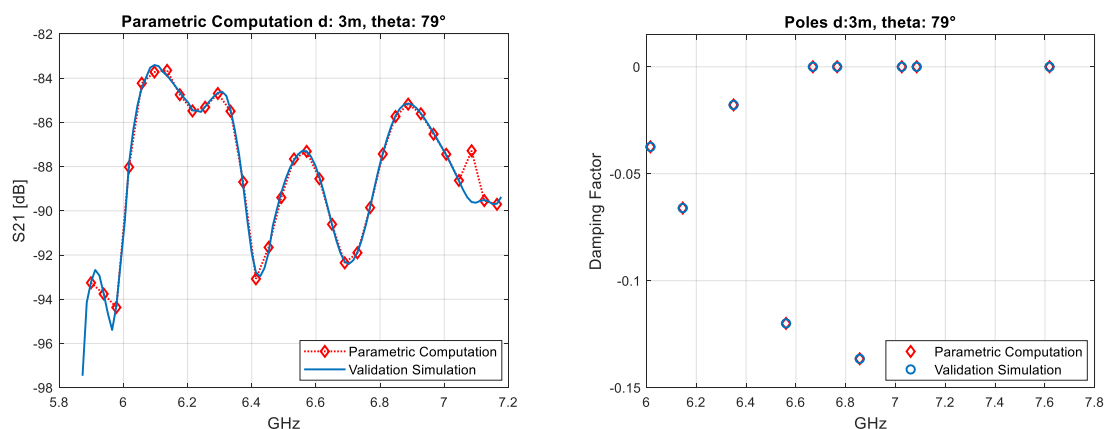


Figura 5.12. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 3 m, acimut: 79°.

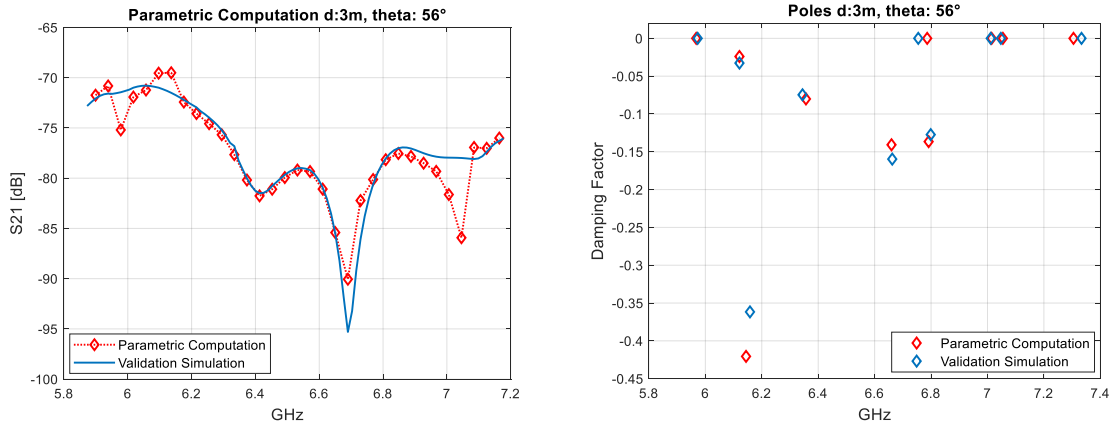


Figura 5.13. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 3 m, acimut: 56°.

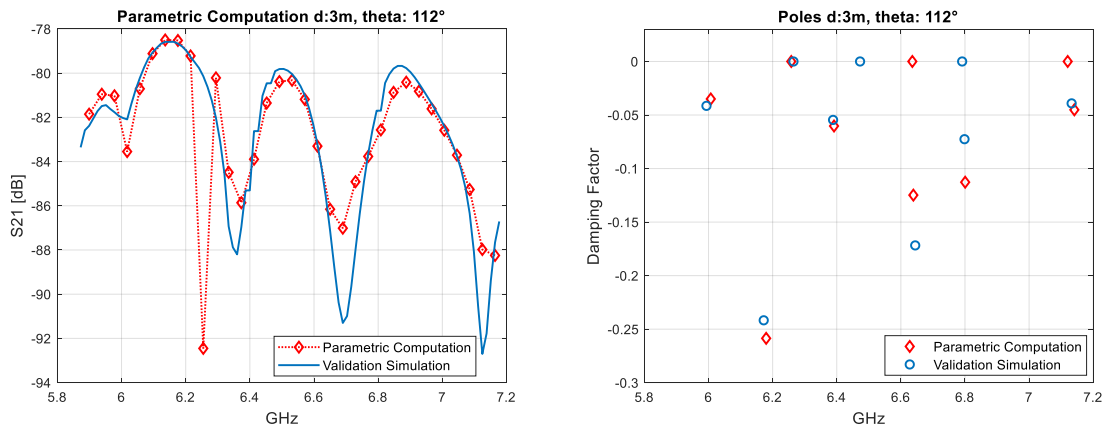


Figura 5.14. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 3 m, acimut: 112°.

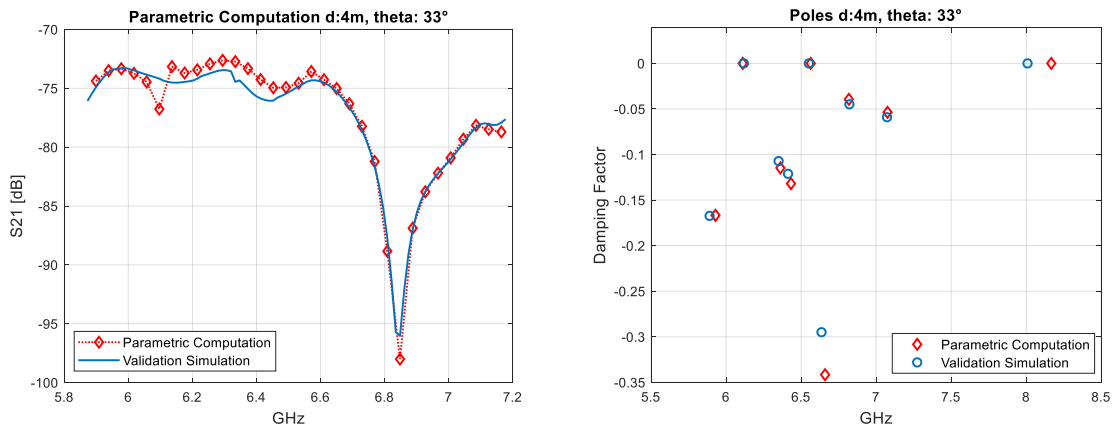


Figura 5.15. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 4 m, acimut: 33°.

De la Figura 5.8 a la Figura 5.15 se ilustra el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas para diferentes configuraciones de los parámetros de entrada: distancia entre antenas y acimut, la polarización es vertical para las dos antenas en todos los casos presentados en este apartado.

La reconstrucción de la respuesta al sistema generada por el modelo paramétrico es aproximada en cada caso de estudio a la simulación de validación, esto debido a que el comportamiento de los polos generados por la interpolación en el modelo es equivalente al comportamiento de los polos extraídos de la respuesta al sistema entregada por la simulación de validación. Estos últimos son extraídos aplicando el método Cauchy por ventanas (Wd-Cauchy).

### 5.3.2 Emplazamiento: Torres de comunicaciones diferentes

En este caso se estudia el comportamiento del canal cuando las dos antenas se encuentran en torres de comunicaciones diferentes. Para este escenario, se considera una separación máxima entre las antenas de 100 metros y un ángulo de rotación de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  (Figura 5.16), esta información fue suministrada por la ANE.

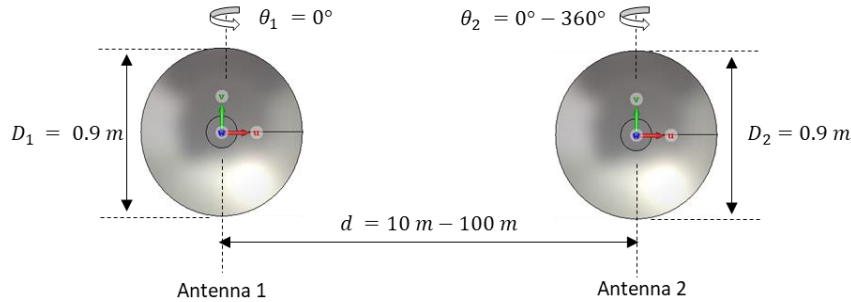


Figura 5.16. Escenario: Antenas sobre torres de comunicaciones diferentes.

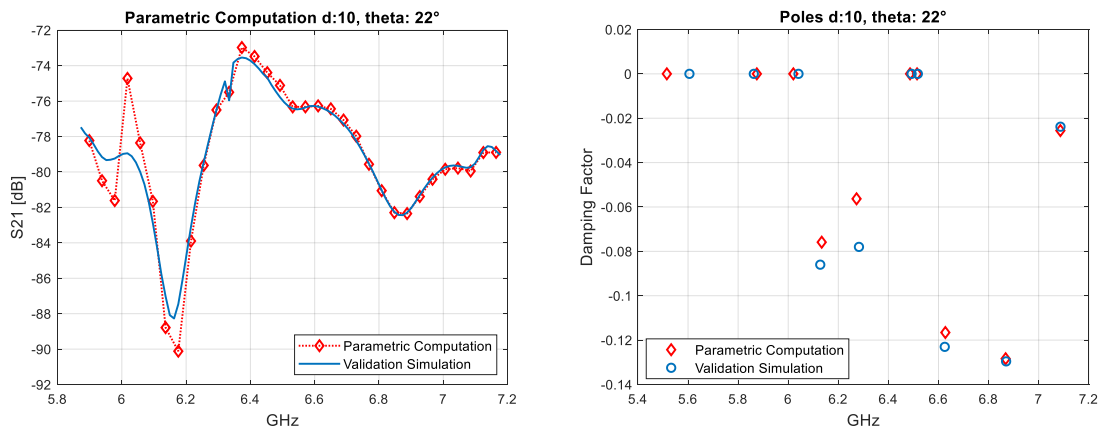


Figura 5.17. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 10 m, acimut:  $22^\circ$ .



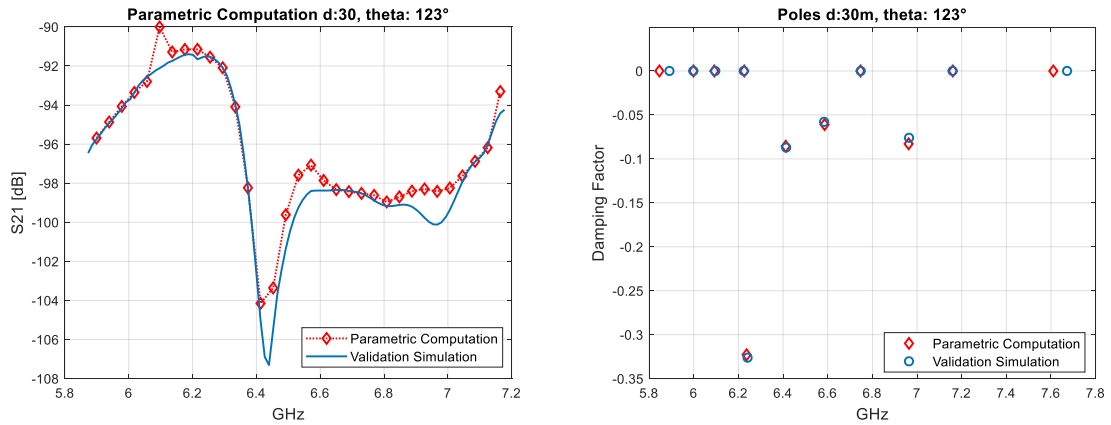


Figura 5.18. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 30 m, acimut: 123°.

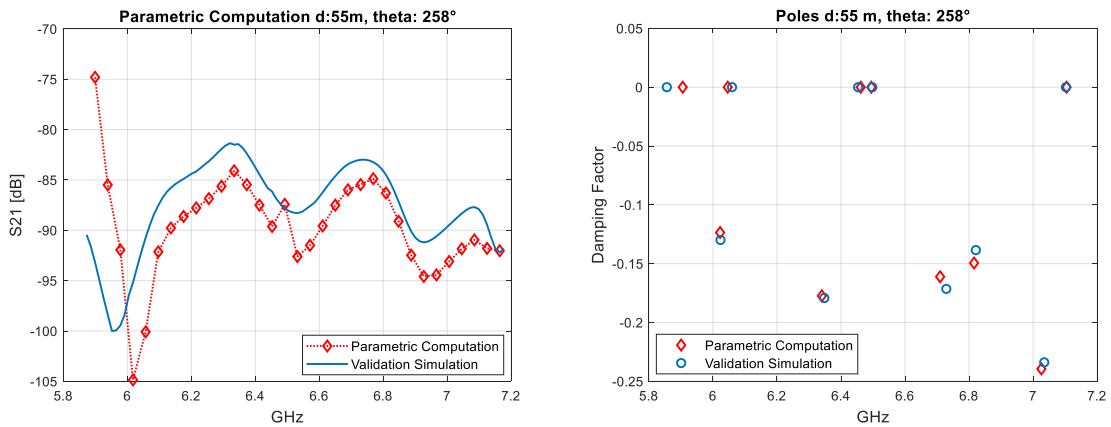


Figura 5.19. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 55 m, acimut: 258°.

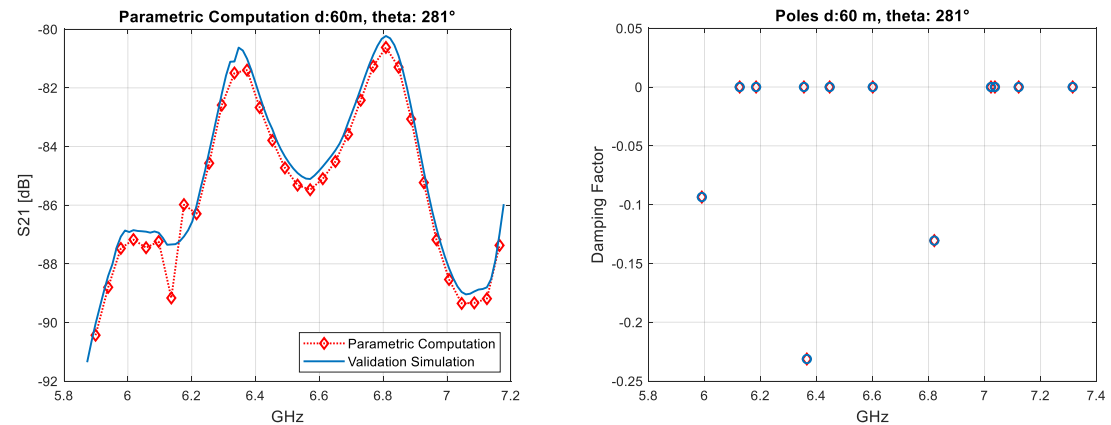


Figura 5.20. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 60 m, acimut: 281°.

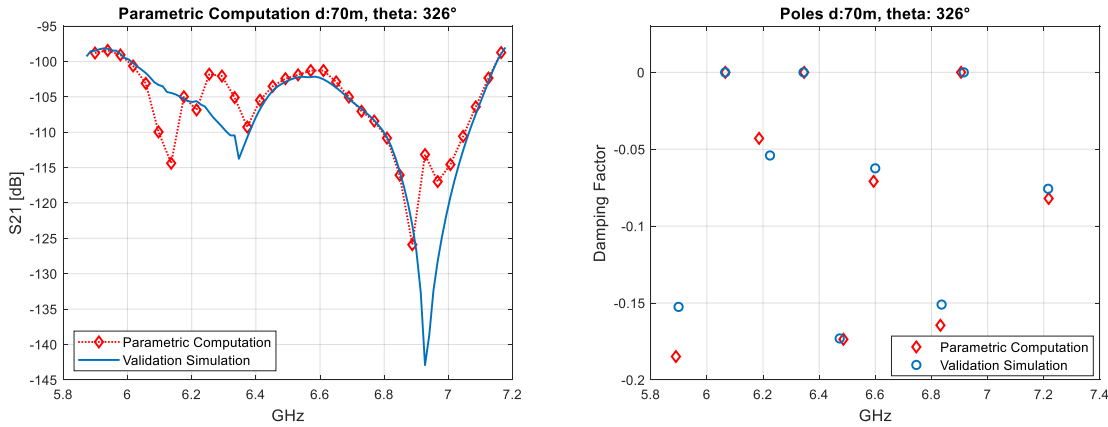


Figura 5.21. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 70 m, acimut: 326°.

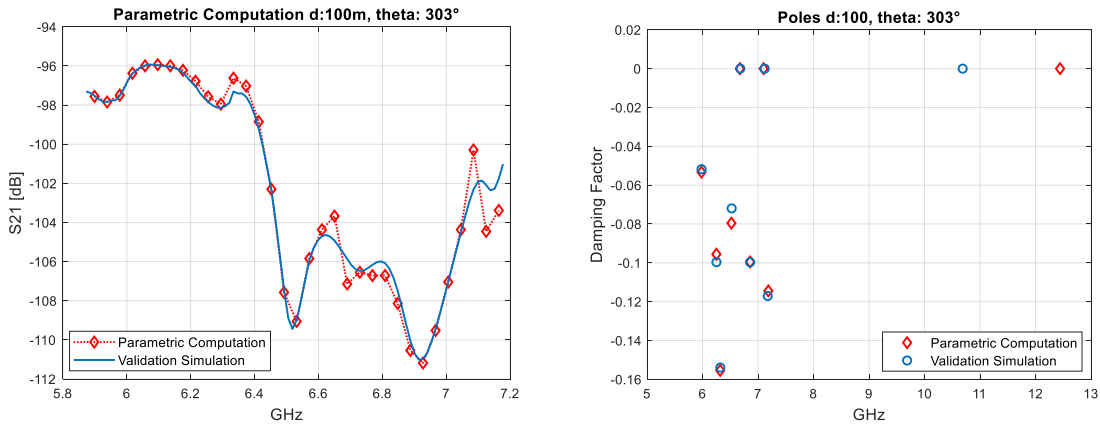


Figura 5.22. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 100 m, acimut: 303°.

De la Figura 5.17 a la Figura 5.22 se ilustra el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas para diferentes configuraciones de los parámetros de entrada: distancia entre antenas y acimut, la polarización es vertical para las dos antenas en los casos presentados anteriormente.

Al igual que para el caso de las antenas sobre la misma torre de comunicaciones la reconstrucción de la respuesta al sistema generada por el modelo paramétrico cuando las antenas se encuentran en diferentes torres es aproximado en cada caso de estudio a la simulación de validación, esto debido a que el comportamiento de los polos generados por la interpolación en el modelo es equivalente al comportamiento de los polos extraídos de la respuesta al sistema entregada por la simulación de validación.

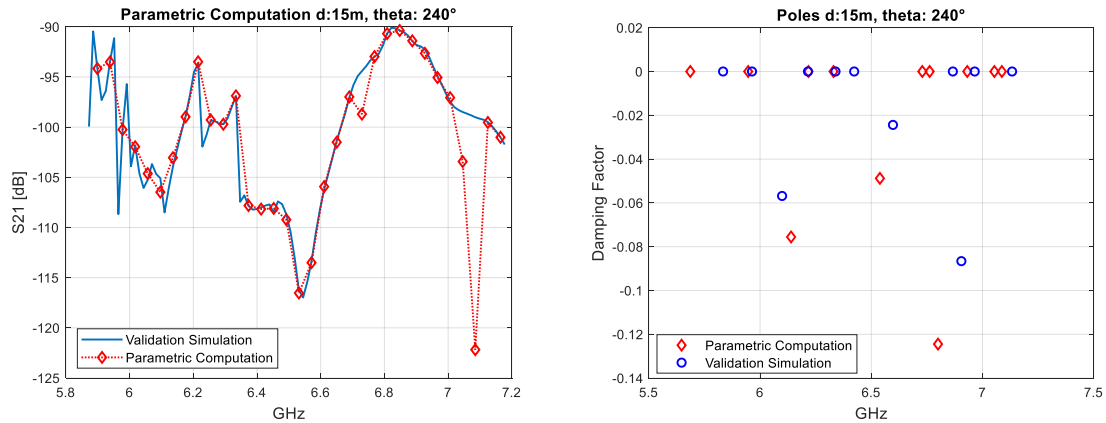


Figura 5.23. Comparación de la respuesta al sistema obtenida por el modelo paramétrico y la simulación de validación (izquierda). Comportamiento de los polos extraídos del parámetro  $S_{21}$  aplicando el método Wd-Cauchy (derecha). Distancia entre las antenas: 15 m, acimut: 240°.

En la figura 5.23 se muestra el comportamiento del canal cuando las antenas tienen diferente polarización (*antena 1: Vertical, antena 2: Horizontal*). En este caso los polos exhiben discrepancias entre los extraídos de la simulación de validación y los generados por el modelo paramétrico, debido a que la respuesta al sistema tiene un comportamiento abrupto en función de la frecuencia.

## 5.4 Validación experimental

En la presente sección se describe el procedimiento usado para medir el acople entre las dos antenas parabólicas. Además, se comparan los resultados con el modelo paramétrico desarrollado en esta tesis.

### 5.4.1 Descripción del experimento

**Preparación:** Revisión del funcionamiento adecuado de las herramientas y equipos a utilizar durante la medición.

Equipos necesarios para llevar a cabo las medidas son:

1. VNA R&S®FSH8
2. Dos cables de baja pérdida (RG58) de 20 metros cada uno, con conectores N hembra.
3. Dos antenas parabólicas RFS SC3-W60AC.
4. Dos jumpers N a sma LMR400 NM-SMAM.
5. Decámetro.

Antes del desplazamiento a campo, se realizaron las siguientes actividades:

1. Calibrar el VNA para la banda de frecuencias entre 3 y 8 GHz (límite máximo del VNA).
2. Verificar el correcto funcionamiento de los cables de interconexión. Comprobando la continuidad de los cables y verificando que los conectores se encuentren en buen estado y ponchados adecuadamente.
3. Caracterizar los cables de baja pérdida con el VNA, se esperan pérdidas de inserción por debajo de 10 dB en el ancho de banda de las medidas. La calibración del VNA se realiza junto con los dos cables de baja pérdida (RG58) con el propósito de eliminar el efecto de los cables al realizar las medidas. Este procedimiento garantiza que no se debe realizar post-procesamiento para eliminar el efecto de los cables.
4. Caracterizar los jumpers N a sma con el VNA.
5. Verificaciones de la configuración y preparación de los equipos para la medición, incluidas fuentes de alimentación y armado de todo el sistema en la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá.

**Pre-ingeniería:** Determinación de la forma factible de realizar el montaje que permitiera realizar las mediciones de manera correcta y sin riesgo para el personal.

Por medio de simulaciones, se determinó que el suelo no tiene efecto sobre las medidas realizadas entre las antenas. Esto es debido a que el radio del elipsoide de la primera zona de Fresnel (donde la mayor cantidad de energía radiada es concentrada) es inferior a la altura de las antenas respecto al suelo para estas distancias. A esto se le suma que las antenas son altamente directivas (HPBW 3 deg).

Para determinar la ubicación del experimento se consideraron los siguientes factores:

1. Nivel del terreno, teniendo en cuenta que sea plano.
2. Facilidad para la llegada de los equipos pesados.
3. Separación de fuentes de riesgo como cables, cercas y postes.
4. Condiciones climáticas favorables, sin indicios de tormenta eléctrica ni lluvia en el tiempo que dura una medición.
5. Determinación de localización de los dos puntos con GPS y norte geográfico que permita orientar las antenas entre sí.

Finalmente, se escogió un terreno en los predios de la universidad, cercano a la facultad de cine y televisión. Este terreno provee un espacio abierto donde los haces de las antenas no se ven truncados.

**Despliegue:** Procedimiento para instalar los trípodes, las antenas, y los equipos, revisando también la ocupación de las bandas que se planean medir con el objeto de evitar interferencias y realizar las correcciones necesarias en la configuración de las mediciones.



Figura 5.24. Fotografías de la validación experimental.

Se realizaron las siguientes actividades:

1. Instalación de los trípodes de las antenas:
  - Contrapesos para el viento.
  - Cuerdas o templetes.
  - Nivel
2. Instalación del sistema de medida:
  - Analizador de espectro (FSH8 R&S)
  - Línea de transmisión (Cables RG58)
3. Determinación del ángulo de rotación de la antena interferente en cada escenario.

**Toma de datos:** Procedimientos para medir, verificar el almacenamiento correcto de la información y modificación de los parámetros necesarios para continuar con el siguiente ciclo de mediciones.

1. Las antenas se instalaron en los trípodes a una altura de 1.90 m.
2. Se almacenó la medida del coeficiente de reflexión de cada antena.
3. Se realizaron variaciones de la distancia de separación entre las antenas y se tomaron medidas de los escenarios experimentales (*Resultados*).

Para cada escenario se ejecutó el siguiente procedimiento:

1. Ubicación de las antenas según el caso. El ángulo se estimó mediante determinación de localización de los dos puntos con GPS y norte geográfico.
2. Verificación de calibración del VNA.
3. Toma de medida.
4. Guardado del archivo.
5. Revisión del archivo de medición y de su contenido.
6. Registro escrito de la ejecución de la toma.
7. Registro fotográfico.

### 5.4.2 Resultados

A continuación, se ilustra gráficamente y de forma comparativa los resultados obtenidos en cada experimento, simulación de validación y modelo paramétrico. Los experimentos y simulaciones fueron realizados para el rango de frecuencia de operación de las antenas de 5.8 a 7.2 GHz.

Antes de realizar las medidas de los escenarios experimentales se calibrado el VNA junto con las guías de transmisión de baja pérdida (RG58). Posterior a la calibración se mide con el VNA el coeficiente de reflexión  $S_{11}$  de las antenas con el fin de verificar el rango de operación de estas. En la figura 5.25 se puede observar que las antenas (RFS SC3-W60AC) utilizadas para realizar los experimentos operan aproximadamente a partir de 5.7 GHz hasta 7.2 GHz. En este rango de frecuencias las antenas se encuentran adaptadas.

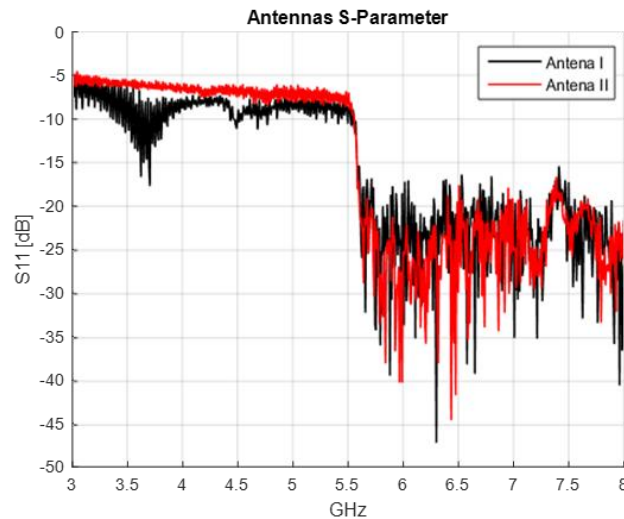


Figura 5.25. Coeficiente de reflexión  $S_{11}$  de las antenas RFS-SC3-W60AC

Posterior a la caracterización de las dos antenas se realiza las medidas para cada uno de los escenarios experimentales.

En el primer escenario las antenas se encuentran dirigidas en direcciones opuestas, separadas 10 metros, como se muestra en el siguiente diagrama.

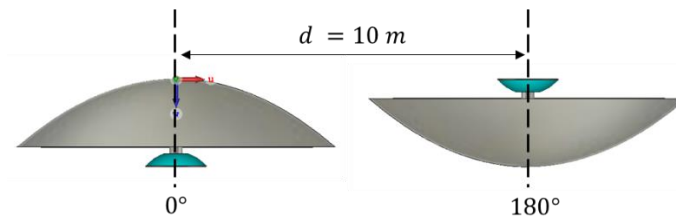


Figura 5.26. Escenario experimental. Distancia entre las antenas: 10 m, acimut:  $180^\circ$ .

Tanto la respuesta al sistema generada por la simulación de validación como la generada por el modelo paramétrico describen un comportamiento semejante a la respuesta obtenida de forma experimental (figura 5.27).

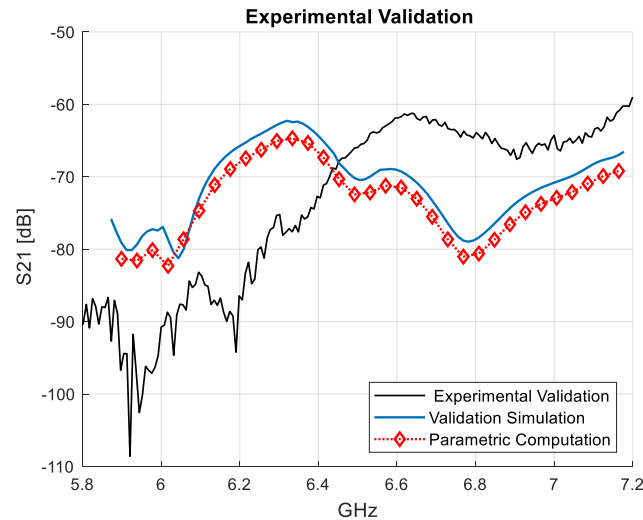


Figura 5.27. Validación experimental. Distancia entre las antenas: 10 m, acimut:  $180^\circ$ .

El segundo escenario experimental la antena 1 se encuentra a  $0^\circ$  y la antena 2 se gira  $270^\circ$ , como se ilustra en el siguiente diagrama.

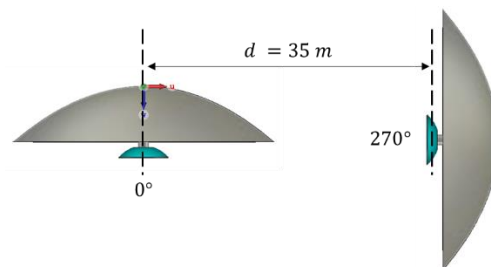


Figura 5.28. Escenario experimental. Distancia entre las antenas: 35 m, acimut:  $270^\circ$ .

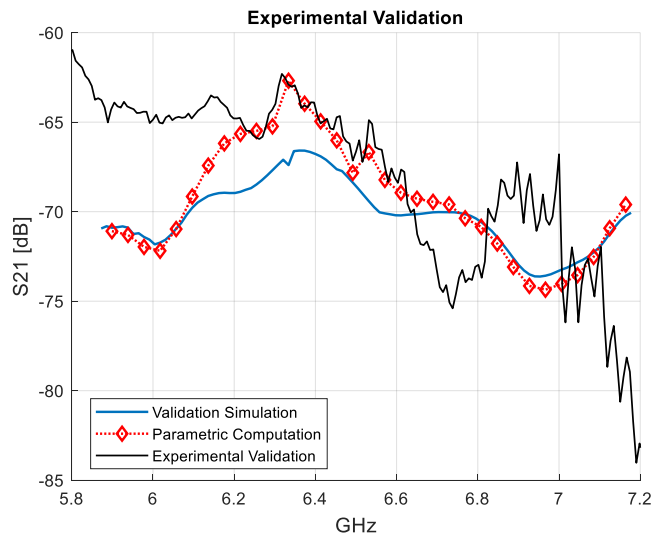


Figura 5.29. Validación experimental. Distancia entre las antenas: 35 m, acimut: 270°.

La figura 5.29 exhibe el comportamiento de las medidas efectuadas para la configuración de las antenas mostradas en la figura 5.28, y es confrontada con los resultados obtenidos en la simulación. Y por el modelo paramétrico. Las curvas muestran un comportamiento semejante entre ellas durante el barrido en frecuencia dentro de la banda de operación de las antenas, considerando de esta forma que la curva modelada en la simulación y en el modelo paramétrico es una buena aproximación del experimento.



## 6. Conclusiones y trabajos futuros

### 6.1 Conclusiones

El modelo paramétrico con base en el método Cauchy desarrollado en esta tesis permite modelar con un alto grado de precisión el comportamiento del canal entre dos antenas parabólicas en emplazamientos próximos, ya sea, en la misma torre de comunicaciones o en diferentes torres. Esto debido a la implementación del método Cauchy por ventanas (Wd-Cauchy), logrando un incremento considerable en el coeficiente de determinación para cada caso de estudio, lo que garantiza la calidad del modelo para replicar resultados.

Sumado a esto, el realizar la interpolación (*biharmonic spline interpolation*) por segmentos de cada uno de los coeficientes ( $a_k, b_k$ ) extraídos con Wd-Cauchy, garantiza una mayor resolución y así el incremento del desempeño del modelo.

Así, el modelo paramétrico que caracteriza el comportamiento de dos antenas parabólicas en emplazamientos cercanos es alimentado por una librería de coeficientes (polos y residuos) y es representado por una función de transferencia que relaciona el acople entre estas y los parámetros de entrada  $\lambda$ : distancia entre las antenas, acimut y polarización.

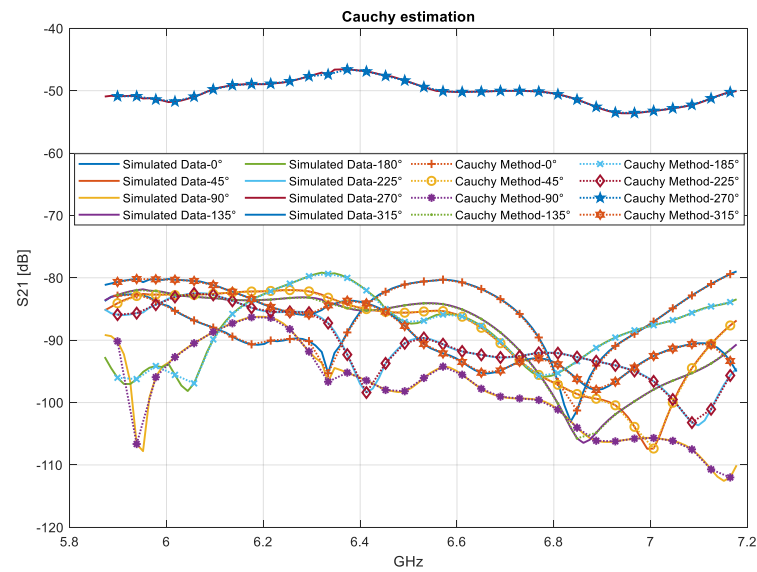
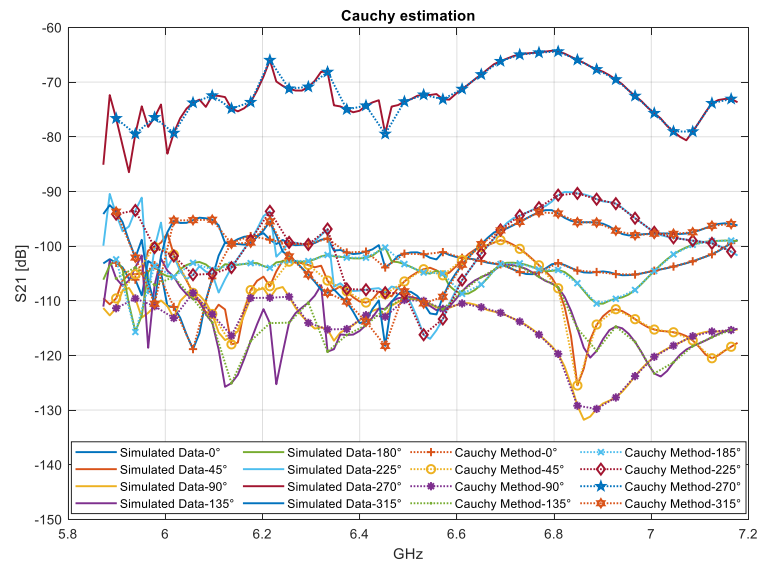
### 6.2 Trabajos futuros

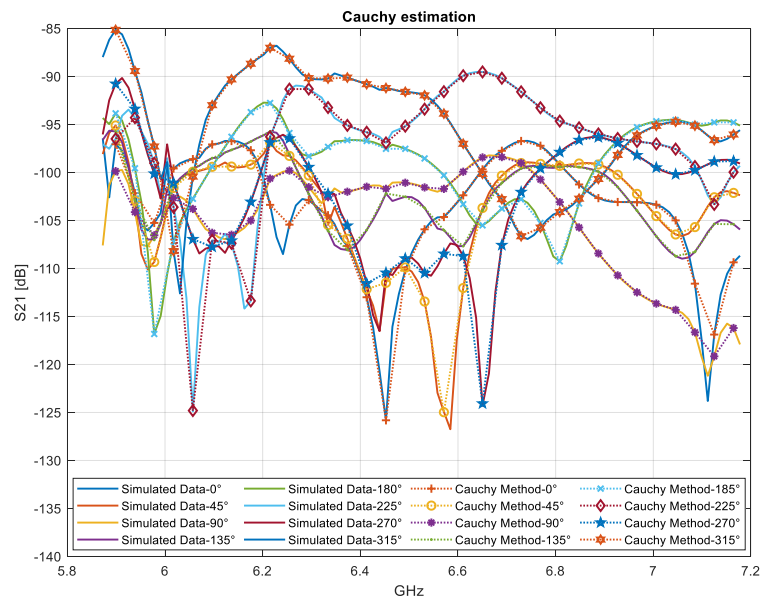
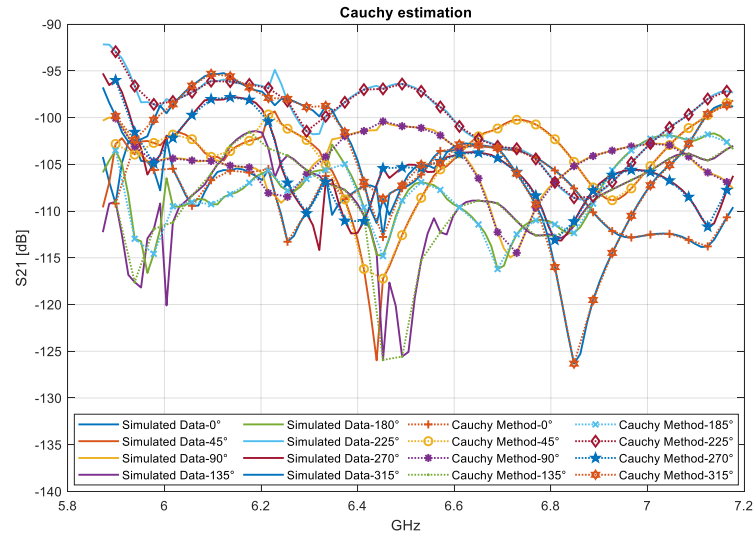
Incluir nuevos parámetros de entrada como: diámetro de las antenas y alturas relativas, con el fin que el modelo sea un recurso importante tanto a nivel académico como industrial.

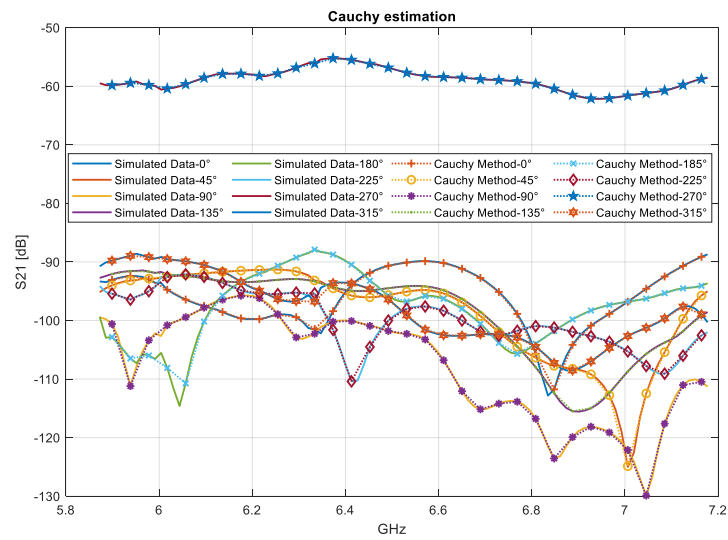
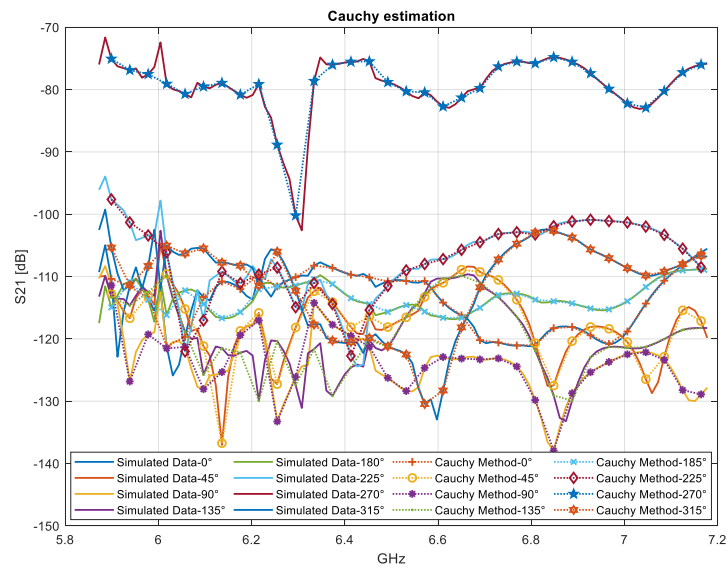
Implementar el modelo paramétrico basado en vector fitting y en un híbrido Cauchy-vector fitting, con el propósito de comparar entre los tres y estimar el modelo es más eficiente.

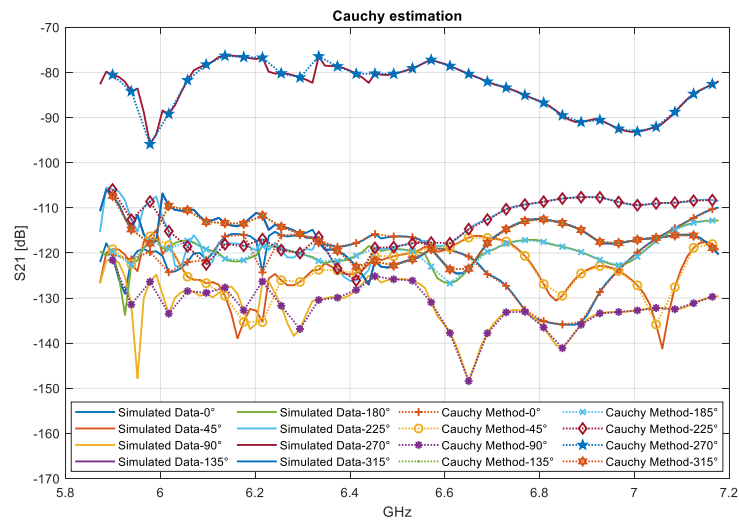
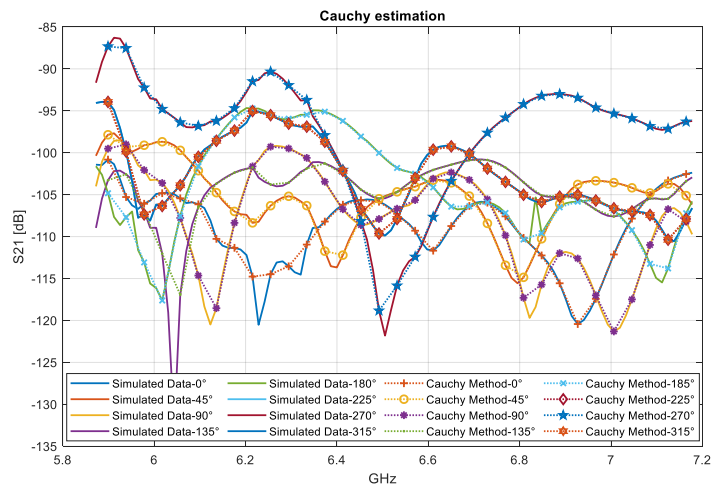
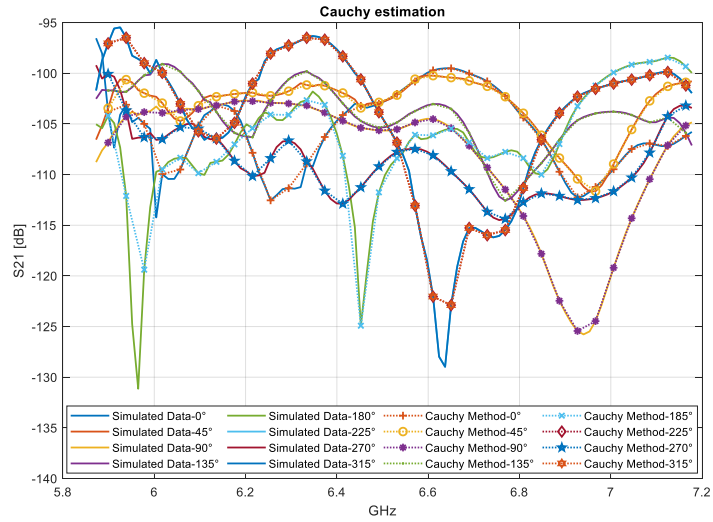


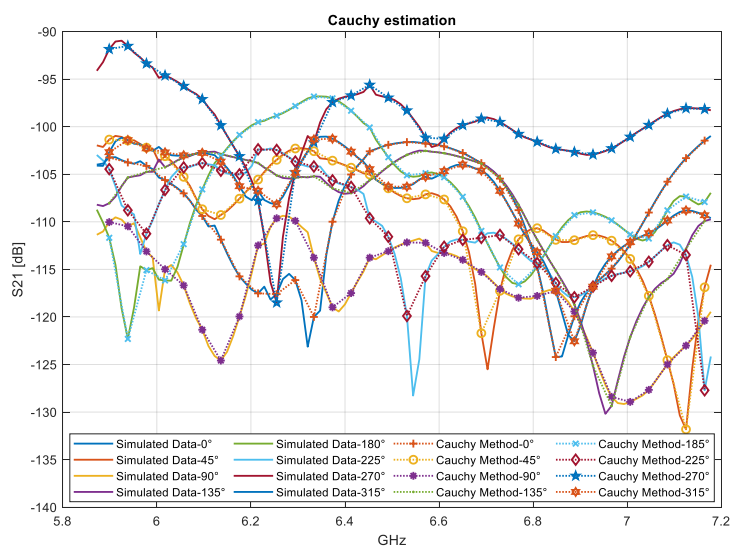
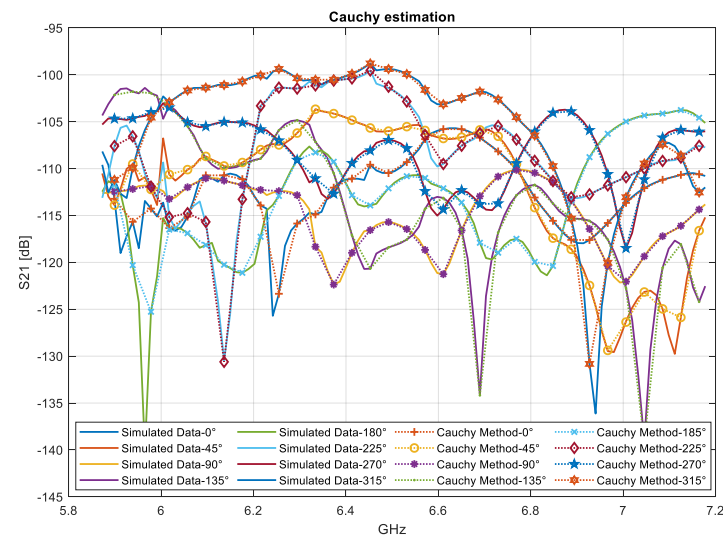
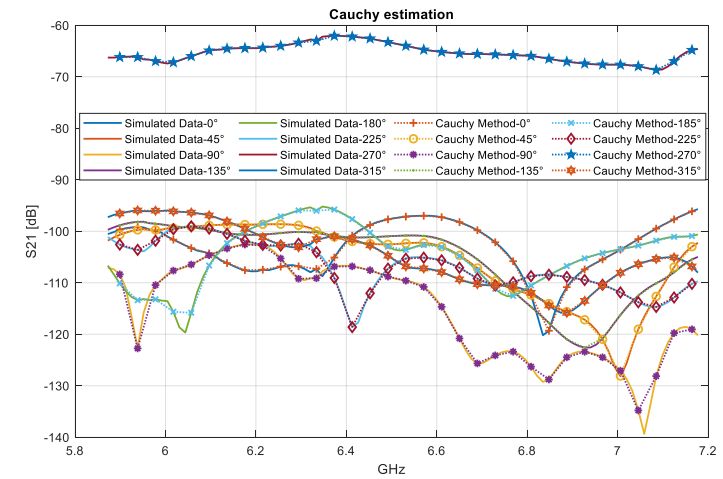
## A. Anexo: Simulaciones.



















## Bibliografía

- [1] E.I. Muehldorf, "The phase center of horn antennas," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-18, Nov. 1970, pp. 753-760.
- [2] D. Carter, "Phase centers of microwave antennas," IRE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-4, Oct. 1956, pp. 597-600.
- [3] L. Slama, R. Galuscak and P. Hazdra, "Design of a prime-focus feed with backward radiation," DUBUS Magazine 3/2008, pp. 51-57.
- [4] G. L. James, D. P. S. Malik, "Towards the theoretical design of splash-plate feeds," Electronics Letters, Vol. 11, Nov. 1975, pp. 593-594.
- [5] G. L. James, D. P. S. Malik, "Splash plate feed design," European Microwave conference, 1975.
- [6] A. Kumar, "performance of reflector antenna with splash plate feed," Antennas and Propagation Society International Symposium, Vol. 22, 1984.
- [7] P. Tang, "A design of high performance splash-plate feed for parabolic reflector antenna," Pacific conference on antennas and propagation, 2017.
- [8] C.A. Balanis, "Antenna Theory Analysis and Design," 2nd Edition, Section 12.9, pp. 808-806.
- [9] A. Cardama, "Antennas", 2nd Edition, Section 6.4.
- [10] I. Wood, D. Johns, "Combining differential/integral methods and time/frequency analysis to solve complex antennas problems," Wireless and microwave technology conference, April 2012.
- [11] D. Montgomery, "Diseño y análisis de experimentos," Ed. Noriega, 2004.
- [12] Stat-Ease. Inc, "Two-level factorial tutorial," Design Expert 10 user's guide, 2016.

- [13] J. Proakis and M. Salehi, *Fundamentals of Communication Systems*. Pearson Prentice Hall, 2005.
- [14] G. Strang, "Introduction to linear algebra," vol. 4. Wellesley, MA: Wellesley - Cambridge Press, 2016.
- [15] C. E. Baum, "On the singularity expansion method for the solution of electromagnetic interaction problems," EMP Interaction Note 8, Air Force Weapons Laboratory, Kirkland AFB, New Mexico, 1971
- [16] F. M. Tesche, "On the singularity expansion method as applied to electromagnetic scattering from thin-wires," AFWL Interaction Note 102, April 1972.
- [17] F. Tesche, "On the analysis of scattering and antenna problems using the singularity expansion technique," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 21, no. 1, pp. 53 – 62, jan 1973.
- [18] M. Van Blaricum and R. Mittra, "A technique for extracting the poles and residues of a system directly from its transient response," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, no. 6, pp. 777 – 781, nov 1975.
- [19] F. Tesche, "The far-field response of a step-excited linear antenna using sem [singularity expansion method]," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, no. 6, pp. 834 – 838, nov 1975.
- [20] K. Michalski and L. Pearson, "Equivalent circuit synthesis for a loop antenna based on the singularity expansion method," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 5, pp. 433 – 441, may 1984.
- [21] H. Friis, "A note on a simple transmission formula," *Proceedings of the IRE*, vol. 34, no. 5, pp. 254 – 256, may 1946.
- [22] A. Shlivinski, E. Heyman, and R. Kastner, "Antenna characterization in the time domain," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 7, pp. 1140 –1149, jul 1997.
- [23] N. F. Reginelli, T. K. Sarkar, M. S. Palma, "Interpolation and extrapolation of S-parameter data of a microwave filter in the frequency domain using the Cauchy method," *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett*, 2012, pp. 1137-1140.
- [24] W. Lee, T. K. Sarkar, H. Moon, and M. Salazar-Palma, "Computation of the natural poles of an object in the frequency domain using the Cauchy method," *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett*, 2012, pp. 1137-1140.

- [25] K. Kottapalli, T. K. Sarkar, Y. Hua, E. K. Miller, and G. J. Burke, "Accurate computation of wide-band response of electromagnetic systems utilizing narrow-band information," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 39, Apr. 1991, no. 4, pp. 682-687.
- [26] J. Yang and T. K. Sarkar, "Interpolation/extrapolation of radar cross section (RCS) data in the frequency domain using the Cauchy method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 55, Oct. 2007, no. 10, pp. 2844-2851.
- [27] Pintelon, R., & Schoukens, "System identification: a frequency domain approach," *Book*. John Wiley & Sons, 2004.
- [28] G. T. Stefano, G., Bjorn, "Passive Macromodeling: Theory and Applications. Wiley, Hoboken," New Jersey, 2016.
- [29] Trauth, Martin H. "Matlab Recipes for Earth Sciences". New York: Springer, 2006.